www.engclubs.net

a site for all Engineers

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱۹/۱۲/۹۱

«بسم الله الرحمن الرحیم»

ژئودزی I

دکتر مسعودی مسترس ۲-۲۸۸

«مفاهیم پایه‌ی مورد نیاز در ژئودزی» موضوع درس ژئودزی I می‌باشد.

- ژئودزی I : سیستم‌های مختصات و دیتوم‌های مبناء سیستم‌های ارتفاعی مختلف (مرجعی برای هرگونه اندازه‌گیری زمینی) Datum
- ژئودزی II : فیزیکال ژئودزی: ژئوئید و مفاهیم مقدماتی مرتبط با آن
- ژئودزی ماهواره‌ای : پارامترهای مداری به عنوان مختصات منحنی الخط ماهواره‌ها.

Reference: Geodesy the concepts

Vanicek P. & E.J. Krakiwsky 1986

ISBN: 0-444-87777-0

part I, II

pages: 1-143

◀ فهرست موضوعات:

part I:
۱- تاریخچه ژئودزی و مفاهیم اختیاری
۲- ژئودزی و ارتباط آن با سایر علوم
۳- ریاضیات ژئودزی (معرفی سرفصل‌هایی از ریاضیات که در ژئودزی کاربرد دارد) و مفاهیم
۴- ساختار ژئودزی

part II:
۵- زمین و حرکات آن
۵-۱- حرکت روزانه زمین و پدیده‌های مرتبط با آن و مفهوم
۵-۲- حرکت سالیانه زمین
۶- زمین و میدان ثقل آن

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۶-۱- پتانسیل ثقل، انامولی ثقل و...

۶-۲- ژئوئید، زاویه انحراف قائم و مؤلفه های آن

۷- شکل و اندازه ی زمین

۷-۱- سطوح مرجعی که شکل زمین را تقریب می زنند: بیضوی های دو و سه محوری

۷-۲- ژئوئید و ارتباط آن با شکل زمین

۸- زمین و تغییرات آن

۸-۱- جزر و مد اقیانوسها و پوسته ی زمین

۸-۲- تغییر شکل های تکتونیکی و غیر تکتونیکی ← اطمینان از ایمنی سازه های مهندسی مهم

۹- زمین و امنسفر (هوا) آن ← مطالعه ی اختیاری

* امتحان میان ترم:

پایان فصل ۶ (اولین جلسه پس از اتمام فصل ۶) تا ۵ نمره

87 صفحه از کتاب

فصل دوم: ژئودزی و ارتباط آن با سایر علوم

- ارتباط بین ژئودزی و نقشه برداری
- کاربردهای مختلف ژئودزی

- تهیه نقشه — Mapping
- مدیریت شهری — Urban management
- پروژه های مهندسی — Engineering projects
- تعیین مرزهای خشکی و آبی — Boundary Demractions
- مدیریت محیط — Environmental management
- محیط زیست — Ecology
- جغرافیا — Geography

Subject:

Year. Month. Date. ( )

Planetology ● سیاره شناسی

Hydrography ● آبنگاری

— ارتباط بین ژئودزی با سایر علوم

— مبانی تئوریک در ژئودزی

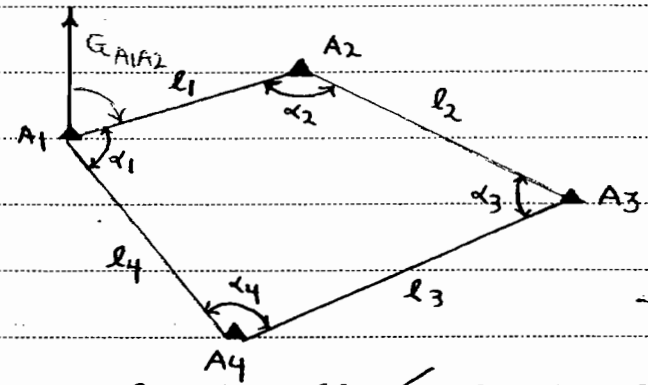
◀ ارتباط بین ژئودزی و نقشه برداری

ژئودزی ← ? → نقشه برداری

ژئودزی مبانی تئوری نقشه برداری را تشکیل می دهد.

البته این جمله به این معنا نیست که تنها هدف ژئودزی تهیه نقشه است.

برای انجام تمام پروژه های عمرانی اطلاعات و مطالعه ی اولیه لازم است. برای مثال برای ایجاد مسیری بین دو نقطه که ویژگی های مشخصی داشته باشد نیاز به نقشه داریم. بنابراین به نقاطی با اطلاعات معلوم نیاز داریم.



تهیه نقشه یکی از اصلی ترین و ابتدایی ترین اهدافی است که در ژئودزی مطرح می شود.

به طور سنتی ژئودزی در قالب سیستم های نظامی شکل گرفته است.

◀ کاربردهای مختلف ژئودزی

▷ تهیه نقشه: اجرای موفق هر پروژه عمرانی مستلزم برنامه ریزی اولیه برای انجام آن است و انجام این برنامه ریزی نیازمند تهیه نقشه است. (اطلاعاتی که چگونگی توزیع مکانی عوارض مختلف را مشخص می کند.)

PaPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

◁ مدیریت شهری: تهیه اطلاعات مکانی مربوط به خدمات یا سرویس های مختلف نظیر برق رسانی، آبرسانی و امثال آن اجتناب ناپذیر است.

وقتی زندگی بشر از حالت سنتی خارج و به شهری تبدیل شد، باید مجموعه ای از خدمات نظیر آبرسانی، برقرسانی و ... در اختیار این بشر قرار می گرفت.

پیاده سازی هر کدام از سیستم ها بخشی از فضای فیزیکی سیستم های دیگر را پوشش می دهد.

اگر اطلاعات اولیه ای از این مکان های فیزیکی در اختیار نباشد، ممکن است یک سیستم در سیستم دیگر اختلال ایجاد کند. به مجموعه این اطلاعات مکانی Geographical Information System گفته می شود. (GIS)

◁ پروژه های مهندسی: مشخص کردن یا پیاده سازی موقعیت مکانی پروژه های عمران نظیر سدها است.

اولین قدم پیاده کردن پروژه ها روی زمین است.

این تنها کار بردار این مورد در پروژه ها نیست بلکه برخی پروژه ها به ایمنی بسیار زیادی نیاز دارند.

مثلاً سدها؛ زیرا اگر سد شکسته شود، علاوه بر خسارت اقتصادی، خسارت جانی بسیار زیادی هم به بار می آورد.

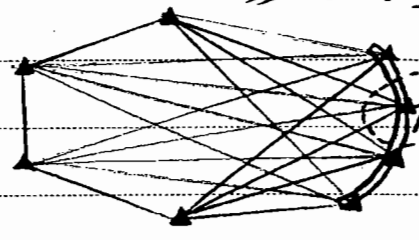
ژئودزی و نقشه برداری روشهایی مهندسی پیشنهاد می کنند که به کمک آنها می شود این پروژه ها را تأمین کرد.

مثلاً برای حفظ ایمنی سد، مجموعه ای از نقاط کنترل را در اطراف و روی سد تعبیه می کنند.

برای تعیین نقاط کنترل روی سد، از شبکه های نقشه برداری یا ژئودزی استفاده می کنند.

برای این کار وقتی که سد تا نیمه پر شده است، با توجه به میزان بارش، مختصات نقاط کنترل تعیین می شود و هنگامی که سد کاملاً پر شد نیز این کار انجام می شود. سپس اختلاف دو مختصه محاسبه شده و اگر در محدوده ی معینی خطا بود، با توجه به المان های دیگری نظیر واریانس و کوواریانس می توان مفهوم این تفاضل در محدوده ی مناسب است یا خیر. اگر نشود راهکارهایی برای رفع مشکل پیشنهاد می شود.

$d = x^1_{A_1} - x^2_{A_1}$



اگر جابجایی در حد مجاز بود یا امتداد بردار تغییرشکل d_{A_1} در حد مجاز است.

در یکی از نیروگاه‌های کشور، ۲۳۰ نقطه‌ی کنترل روی سازه وجود دارد.

همچنین کارتوگرافی در پروژه‌های مهندسی، کنترل ایمنی کارکرد گروهی از سازه‌های مهندسی نیز هست که اطمینان از ایمنی کارکرد آنها، از درجه‌ی اهمیت بالایی برخوردار است.

در درس ژئودزی به روابط ریاضی به منظور انجام عملیات مذکور پرداخته شده و در درس میکروژئودزی چگونگی طراحی شبکه‌های کنترل و چگونگی آنالیز تغییرشکل‌ها بررسی می‌شود.

◄ تعیین مرزهای خشکی و آبی: تعیین محل میله‌های مرزی در خشکی و مرزهای دریایی.

جالب است بدانیم تنها 30٪ از مرزهای آبی مورد توافق واقع شده است و 70٪ از مرزهای آبی کشورمان هنوز مورد توافق طرفین واقع نشده است. در اینگونه مکانها که مرزها مورد توافق نیست، منابع به صورت رقابتی برداشت می‌شود. در این مورد باید با ارائه تکنیک‌های ریاضی منطقی، بیشترین منافع را متوجه خود کرد.

◄ مدیریت محیط: بخشی از فعالیتهای محیطی که بر روی اثرات فعالیت‌های صنعتی بشر به محیط زیست آن می‌پردازد می‌باشد در موقعیت‌های مکانی معینی صورت گیرد. ژئودزی و نقشه‌برداری مسئولیت تعیین این موقعیت‌های خاص را بر عهده دارند.

ساخت شهرهای بزرگ باعث ایجاد بار زیادی روی پوسته‌ی زمین می‌شود به طوری که توزیع تنش روی زمین تغییر می‌کند. یعنی برخی گسل‌های خاص غیرفعال شده یا برخی از گسل‌های غیرفعال، فعال می‌شوند. بنابراین باعث می‌شود تا زلزله‌ای که قرار بوده چند سال بعد اتفاق بیفتد، به زودی رخ دهد یا زلزله‌ای عقب‌تر بیفتد.

گاهی اوقات نیروگاهی که در یک منطقه کار می‌کند، سبب آلودگی گرمایی آب رودخانه می‌شود. این گرما از طریق رودخانه به آب دریا منتقل می‌شود و سبب می‌شود آن دسته از جانداران دریایی که به آب گرم علاقه دارند، به ساحل نزدیک شوند و کسب و کار در آن منطقه رونق گیرد، اما اگر پس از مدتی نیروگاه به هر دلیلی به کار ادامه ندهد، به تبع آن کسب و کار نیز از رونق خواهد افتاد.

برای جلوگیری از اینگونه مشکلات قبل از راه‌اندازی نیروگاه‌ها، باتوجه‌گیری و صحت‌جانداران دریایی بررسی شده و پس از راه‌اندازی نیروگاه نیز این کار انجام می‌شود.

◄ حفر اماکن: تعیین موقعیت مکانی اطلاعات توصیفی مطرح در حفر اماکن با تعیین نقشه‌برداری است.

تسهیلات در تعیین موقعیت مطلق مرهون تکنیک‌های ماهواره‌ای است.

◄ سیلوشناسی: مطالعه مشخصات هندسی میدان نفتی سازندها و تهیه نقشه و تعیین موقعیت در آنها.

به همان دلیلی که لازم است در مورد میدان ثقل زمین و جزر آن مطالعه داشته باشیم، لازم است در مورد سیارات دیگر هم مطالعه کنیم.

اگر ماه باشد ماهواره‌ای در جزر زمین حرکت کند، باید مشخصات میدان ثقل زمین را بدانیم. همچنین اگر ماه باشد ماهواره‌هایی در جزر سیارات دیگر یا سفینه‌ها یا ربات‌هایی بر روی سیاره‌های دیگر قرار گیرد باید به مطالعه‌ی میدان ثقل سیاره‌های دیگر بپردازیم.

◁ آبنگاری یا هیدروگرافی: تعیین موقعیت و ترسیم چارت‌های دریایی همچنین اندازه‌گیری و آنالیز سطح لحظه‌ای آب دریاهای آزاد.

برخی هیدروگرافی را همان اقیانوس‌شناسی می‌دانند در صورتی که اینطور نیست.

روابط زیر با فرض صفحه بودن سطح زمین (در قطعه‌ای کوچک) به دست آمده‌اند.

$$X_{A_2} = X_{A_1} + L \sin G_{A_1A_2}$$

$$Y_{A_2} = Y_{A_1} + L \cos G_{A_1A_2}$$

اما در برخی مواقع باید کره را به جای صفحه در نظر گرفت و روابط هندسی مربوط به آن را پیاده کرد. روابط با پیچیده‌تر شدن سطوح پیچیده‌تر می‌شوند. با روابط ریاضی باید به دقت در هر سیستم‌های اندازه‌گیری برسیم. حدود $\frac{2}{3}$ سطح زمین را آبها تشکیل می‌دهند برای به دست آوردن شکل زمین باید شکل زیر آبها را نیز بشناسیم. بنابراین باید به طور لحظه‌ای سطح آب دریاهای آزاد را اندازه‌گیری کنیم. در دریاها نیز به عوارضی برای تعیین موقعیت نیاز مندیم که به آنها چارتهای دریایی گفته می‌شود.

◀ ارتباط بین ژئودزی و سایر علوم

در برخی موارد متخصصین ژئودزی اطلاعات در اختیار متخصصین سایر علوم می‌گذارند تا مسئولیت‌های خود را انجام دهند یا متخصصین سایر علوم اطلاعات در اختیار متخصصین ژئودزی قرار می‌دهند.

◁ ژئوفیزیک: نزدیکترین رشته به ژئودزی، علم ژئوفیزیک است.

ارتباط بین این دو علم به حدی تنگاتنگ است که مثلاً در کشورهایی مانند آمریکا و فرانسه گرایشی به نام ژئودزی وجود ندارد، بلکه ژئوفیزیک را به دو زیرشاخه‌ی فیزیکی و هندسی

تقسیم می کنند که زیرشاخه ی فیزیکی آن مربوط به ژئوفیزیک و زیرشاخه ی مهندسی آن مربوط به ژئودزی است.
اما در کشور ما مانند آلمان این تفکیک به طور کامل وجود دارد. پس می توان گفت:

ژئوفیزیک ← فیزیک زمین ← اطلاعات هندسی مورد نیاز در ژئوفیزیک توسط متخصصین ژئودزی تهیه می شود.

ژئودزی ← هندسه ی زمین

ژئوفیزیک پدیده های دینامیکی زمین را مدلسازی می کند.

از آنجا که ما به داخل زمین دسترسی نداریم، و می خواهیم بدانیم چه فعل و انفعالاتی داخل زمین رخ می دهد، باید به طور معکوس عمل کنیم؛ یعنی ابتدا با استفاده از فعل و انفعالات روی زمین فرض هایی را در نظر بگیریم، اگر این فرض ها با پدیده های دیگر روی زمین مطابقت داشت، فرض ما درست بوده است، در غیر این صورت باید فرضیه های دیگری بسازیم.

برای مثال، برای حرکت روزانه ی زمین، سه فرض در نظر می گیریم:

- زمین به شکل کره است.
- زمین صلب است.
- میدان جاذبه ی زمین شعاعی است. (یعنی تغییرات دانسیته در سطح زمین، از مرکز زمین به سمت سطح زمین شعاعی است.)

با این سه فرض مترجم می شویم که محور دوران زمین به دور خود ثابت نیست و حرکت آن مخروطی شکل است، همچنین نشان می دهد پریود حرکات زمین ۳۰۵ روز است در صورتی که در واقعیت، این پریود چهل و چهار بیشتر است یعنی ۳۳۵ روز است. بنابراین مترجم می شویم یکی از مفروضات بالا اشتباه است و با بررسی بیشتر به این نتیجه می رسیم که فرض صلب بودن زمین غلط است و در زمین مواد مرنی وجود دارد که اصطکاک ایجاد می کند و باعث می شود پریود زمین طولانی تر شود.

به این پدیده، پدیده ی آنلستیک زمین گفته می شود.

در دهه های اخیر این دو علم بسیار به هم نزدیک شده اند.

این دو علم در اندازه گیری شتاب جاذبه ی زمین رابطه ی بسیار نزدیکی با هم دارند (اگر بخواهیم ارتفاع نقاط را به طور دقیق به دست آوریم، باید شتاب جاذبه ی زمین را به طور دقیق بدانیم.)

Subject:

Year. Month. Date. ( )

◄ علوم فضایی : ارتباط نزدیکی بین علوم فضایی و ژئودزی وجود دارد.

یکی از اهداف ژئودزی شناخت هندسه میدان ثقل زمین است. ماهواره‌ای که در جو زمین حرکت می‌کند، با بالا و پائین رفتن خود شکل میدان ثقل زمین را برای ما مجسم می‌کند. زیرا تحت تأثیر میدان ثقل زمین حرکت می‌کند. البته ماهواره کنترل می‌شود تا از مسیر طراحی شده خارج نشود یعنی هرگاه ماهواره از مسیر خارج شود، موتور آن را روشن می‌کنند و به مسیر طراحی شده باز می‌گردانند.

علوم فضایی سیستم‌هایی در اختیار ژئودزی قرار می‌دهد که مشکلات سیستم‌های قدیمی را ندارد. مثلاً به وسیله علم نجوم گاهی چند ماه طول می‌کشد تا شرایط جوی مناسب برای اندازه‌گیری موقعیت یک عارضه پیش بیاید اما با ماهواره‌ها این کار به راحتی انجام می‌شود.

بنابراین در علوم فضایی از اطلاعاتی که ژئودزی در خصوص ویژگی‌های هندسی میدان ثقل زمین تهیه می‌کند بهره مند می‌شوند.

مسئولیت طراحی و پیاده‌سازی و نگهداری گروهی از سیستم‌های ماهواره‌ای که در ژئودزی کاربرد دارند با علوم فضایی است.

◄ علوم جو:

در قدیم متخصصین هواشناسی برای مطالعه تغییرات جو مجبور بودند اندازه‌گیری‌ها را در نقاط مشخصی انجام دهند.

اندازه‌گیری Radio Sound که در آن بالونهایی را برای تشخیص وضعیت هوا به بالا پرتاب می‌کنند و در ارتفاع مشخصی منفجر می‌شوند در فرودگاههای بین‌المللی کاربرد دارد.

راه دیگری برای تشخیص وضعیت هوا نصب سنسورهایی در ارتفاع ده متر به ده متر برج‌ها یعنی هواشناسی بود.

اما در حال حاضر با استفاده از GPS (۲۴ ماهواره در ۶ صفحه مداری) که بخش اعظمی از جو زمین را احاطه می‌کنند می‌توان دمای زمین را به دست آورد. البته امواج الکترومغناطیسی که از ماهواره‌ها به سمت زمین فرستاده می‌شوند در ارتفاع ۷۰km به بالا تحت تأثیر الکترونهای آزاد قرار می‌گیرند و در ارتفاع پایین‌تر نیز به علت منشأ رعد و ما تحت تأثیر قرار می‌گیرند. اما دانشمندان توانسته‌اند در سنسورهایی برای توزیع الکترون پیدا کرده و در ارتفاعات پایین‌تر به توزیع قابل قبولی از تأثیرات جوی برسند. از RS نیز می‌توان در اطلاعات هواشناسی بهره برد.

◀ میان تئوری در ژئودزی

شاخه های مختلف از علوم پایه در ژئودزی کاربرد دارند.

◁ ریاضی

مهم ترین علمی که در ژئودزی کاربرد دارد ریاضیات است. این ارتباط به حدی است که می توان گفت ژئودزی یکی از زیرشاخه های کاربردهای ریاضی است.

◁ علوم کامپیوتر

به عنوان یک مهندس نقشه بردار حتماً باید یک زبان برنامه نویسی یاد بگیریم.
همچنین باید با قابلیت های گرافیکی کامپیوتر آشنا باشیم.

◁ فیزیک

باید با خصوصیات فیزیکی شرایط اندازه گیری آشنا باشیم. فیزیک میدان ثقل زمین، چگونگی انتشار امواج الکترومغناطیس، انتشار امواج صوتی (هیدروگرافی و آبنگاری) در ژئودزی اهمیت دارند.

فصل پنجم: زمین و حرکات آن

از جنگ جهانی دوم به بعد نیازهای نظامی سبب شد پیشرفت علمی رخ دهد. اما این پیشرفت ها پس از جنگ جهانی از نظامی به مهندسی تبدیل شد و این پیشرفت ها در سیستم های اندازه گیری مهندسی اعمال گردید. ابزارهای مهندسی فقط بر سطح زمین محدود نمی شود، بلکه برخی سیستم ها خارج از سطح زمین بردند. مانند ماهواره هایی که در جو زمین حرکت می کردند یا تلسکوپ هایی که روی ماه نصب شده اند. همچنین ما امواج الکترومغناطیس را از فاصله های بسیار دور و از سایر اجرام سماوی دریافت می کنیم و چون از ما بسیار دور می باشند، آنها را ساکن در نظر می گیریم.

عوامل تاثیرگذار روی این عوامل

اگر بخواهیم با این وسیله ها بالاترین دقت را به دست بیاوریم، باید زمین را بشناسیم. مثلاً هنگامی که مسیر کشتی می کنیم، اگر با جاذبه ی زمین آشنایی نداشته باشیم، خطای بسته را در مسیر کشتی خواهیم داشت و این باعث می شود نتایج اندازه گیری ما همین طور مختصات دستخوش تغییر شود. همچنین امواج الکترومغناطیس که از طول اب منتشر می شود نسبت به شرایط جوی دچار تغییر خواهد شد. بنابراین باید شرایط جوی زمین را بشناسیم و سعی برای تأثیر این عوامل پیدا کنیم. باید مؤلفه های مختلف فضای فیزیکی سیستم ها را بشناسیم.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

برای وسیله‌ای مانند طولیاب باید با شرایط جوی همچون دما، رطوبت و جهت نیروی جاذبه‌ی زمین آشنا باشیم؛ زیرا مؤثرترین ما
دسته‌ها این اثرها بستگی به این دارد که از مسیر مستقیم خارج می‌شود. البته برخی از این اثرات در حرکت سیستم‌های اندازه‌گیری
ما بیشتر است. بنابراین این یکی از دلایلی است که باید با زمین و ویژگی‌های آن آشنا شویم.

یکی از دلایل لزوم بررسی و شناخت حرکات زمین این واقعیت است که در سیستم‌های نوین اندازه‌گیری در ژئودزی
بخشی از سیستم‌ها خارج از حوزه زمین قرار داشته و بنابراین تحت تأثیر حرکات زمین هستند.

واقعیت این است که برای حرکات ماهواره‌ها همان قوانینی که حاکم بر حرکت انتقالی زمین به دور خورشید است، (طراحی و پیاده‌سازی سیستم‌های ماهواره)
مورد استفاده قرار می‌گیرد. یعنی اگر بخواهیم مدارِ ماهواره‌ها را بشناسیم باید با چگونگی حرکت زمین به دور خورشید آشنا
(و چگونگی حرکات)
شویم.

از مجموع قوانینی که حرکت انتقالی زمین به دور خورشید را توضیح می‌دهند در طراحی سیستم‌های ماهواره‌ای
اندازه‌گیری در ژئودزی استفاده می‌شود. بنابراین باید حرکت انتقالی زمین را به خوبی بشناسیم.

طراحی هندسی سیستم‌های ماهواره‌ای کار متخصصین ژئودزی است.

به طور کلی می‌توان 4 دسته از حرکات را برای زمین تصور کرد:

1) حرکت زمین همراه با کهکشان راه شیری نسبت به سایر کهکشانها.

2) حرکت زمین همراه با منظومه شمسی در داخل کهکشان راه شیری.

3) حرکت انتقالی زمین به دور خورشید در داخل منظومه شمسی.

4) حرکت وضعی یا روزانه زمین (چرخش زمین به دور محور دوران آن)

تنها حرکات سوم و چهارم (حرکات انتقالی و روزانه‌ی زمین) مورد توجه ماست.

از بررسی این دو حرکت اطلاعاتی در مورد سیستم‌های اندازه‌گیری و ... به دست می‌آوریم. البته این تنها دلیل
بررسی ما نیست بلکه مطالب دیگری نیز وجود دارند که اشاره کردن به آنها نظیر به کمال تکمیل کننده می‌باشد.

در بررسی حرکات انتقالی زمین، مدل فیزیکی مورد استفاده بر پایه‌ی این موضوع قرار دارد که تمام جرم زمین را در (روزانه زمین از 2 مدل فیزیکی متفاوت استفاده می‌کنیم.)
مرکز ثقل آن متمرکز شویم و برای خورشید نیز چنین ویژگی را در نظر بگیریم. همچنین فرض می‌کنیم سیستم این حرکت
(از اثر سایر اجرام سماوی صرف نظر می‌کنیم.)
تنها از همین دو جرم تشکیل شده است. زیرا هنگامی که یک جرم نیز دیگر را با یک جرم جایگزین کنیم، میدان جاذبه شعاعی (نقطه‌ای)
زمین تحت تأثیر میدان جاذبه‌ی خورشید قرار دارد. موقعیت مداری زمین به دور خورشید را با استفاده از شش
پارامتر منحنی الخط در هر لحظه از زمان می‌توان مشخص کرد. یعنی شش مختصه‌ی منحنی الخط موقعیت ماهواره‌ها
را مشخص می‌کنند.

اما در بررسی حرکت روزانه زمین مدل فیزیکی متفاوت است. در این حرکت تمام جرم را متمرکز در مرکز ثقل در نظر نمی‌گیریم.
در بررسی این دو حرکت از دو مدل فیزیکی متفاوت استفاده می‌کنیم.

P4PCO

خصوصیات این مدل‌ها در مقالات مربوطه مورد نظر در بررسی این حرکات بررسی خواهند شد. «صفحه‌ی 10»

Subject:

Year. Month. Date. ( )

حرکت روزانه زمین (چرخش زمین به دور محور خودش) توجیه‌های مختلفی دارد

برای بررسی حرکت روزانه زمین از یک مدل مکانیکی ژیروسکوپ استفاده می‌شود.

در بررسی حرکت روزانه زمین مدل مکانیکی مورد استفاده مبتنی بر فرضیات زیر است:

با این فرض‌ها زمین تحت تأثیر نیروهای مؤثر بر آن تغییر شکل نمی‌دهد.

۱) زمین را جسم صلب در نظر می‌گیریم. (البته می‌دانیم این فرض کاملاً درست نیست زیرا تحت دمای بسیار زیاد مواد به صورت صلب یا جامد باقی نمی‌مانند اما با این فرض می‌توان مسأله را ساده کرده و نتایج قابل قبولی به دست آورد.)

۲) زمین را کروی شکل در نظر می‌گیریم. (زمین واقعی کاملاً کره یا گرد نیست، در قطبین فشرده و در استوا برآمده است)

در این مدل از فشردگی زمین در قطبین و برآمدگی در استوا در این مدل صرف نظر می‌کنیم. نیروی جاذبه اجرام سماوی هیچ نیروی گشتاور خارجی را بر زمین اعمال نمی‌کند.

۳) میدان جاذبه‌ی زمین را میدان شعاعی در نظر می‌گیریم. (نیروی جاذبه‌ی مؤثر از جسم بر هر جسم تابع جرم این دو جسم و متناسب با معکوس فاصله است.)

این فرض معادل با این است که از تغییرات جاذبه‌ی گوناگون زمین (دانسیته‌ی زمین) صرف نظر کرده و تغییرات دانسیته در درون زمین را شعاعی در نظر می‌گیریم.

در حرکت از مرکز زمین تا سطح زمین تغییرات دانسیته در امتداد شعاع اتفاق می‌افتد.

با فرض اینکه ۴ مقطع تغییر دانسیته برای زمین متصور بشویم، زمین از غشاهای کروی متحدالمرکزی تشکیل شده که داخل هر غشاء، با تغییر نرم‌ی دانسیته تغییر نمی‌کند.

$$F_{dm} = GM\frac{dm}{r^2}$$

[زمین دانسیته با تغییر ناصله تغییر می‌کند نه با تغییر عرض جغرافیایی.]

چرخش زمین نیروی نیز ایجاد می‌کند در واقع می‌توان گفت نیروی ثقل برآیندی از نیروی جاذبه و گریز از مرکز است که نیروی گریز از مرکز در اثر چرخش زمین ایجاد می‌شود.

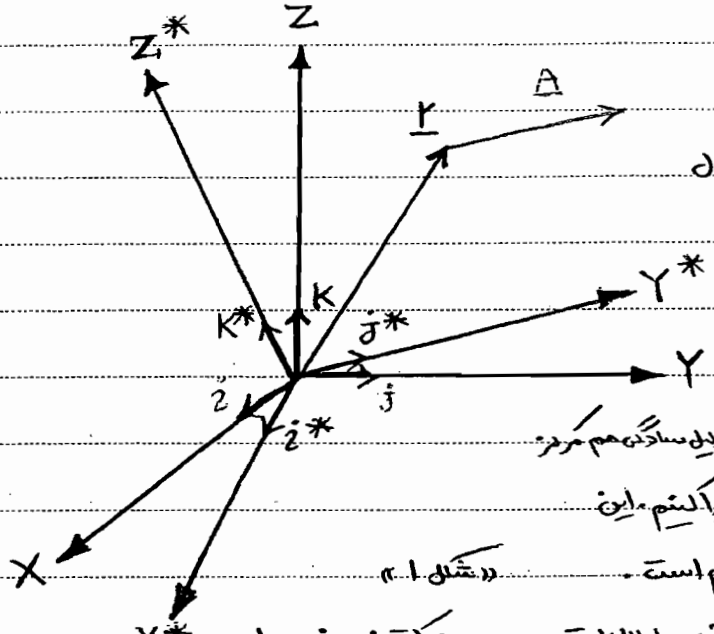
برای بررسی حرکت روزانه زمین ابتدا لازم است معادلاتی از جبر برداری را با هم مرور کنیم. برای این کار معادلات دیفرانسیل این حرکت را مرور کرده و حل می‌کنیم:

به طوری که از مکانیک می‌دانیم برای بررسی این حرکت طبق فرضیات قبل می‌بایست ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم بر این حرکت را استخراج کرده و سپس حل می‌کنیم. برای این کار ابتدا مطالبی را از مبحث جبر برداری مرور می‌کنیم.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

[سیستم مختصات xyz را در فضا ثابت است و یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند. یعنی شتاب ندارد. به این سیستم مختصات، سیستم مختصات پایستار یا اینرشیال می‌گوییم.]



اما سیستم مختصات $x^*y^*z^*$ ثابت نیست و حول یک محور اختیاری در فضا دوران می‌کند. (نسبت به سیستم مختصات $x\,y\,z$) به دلیل سادگی هم می‌زند.

می‌خواهیم ارتباط بین این دو سیستم مختصات را پیدا کنیم. این کار برای بررسی چگونگی حرکت سیستم مختصات زمین لازم است. «شکل ۱»

سیستمی که متصل به زمین است $x^*y^*z^*$ می‌باشد و اطلاعات در مورد حرکت زمین به ما می‌دهد. xyz سیستم ثابت در فضاست. سیستم مختصات xyz یک سیستم مختصات ثابت در فضا است و سیستم مختصات $x^*y^*z^*$، برای ما زمین را متجسم می‌کند که حول یک محور دوران (خواه) در حال دوران است.

واضح است که اگر $(z$ و y و $x)$ و $(z^*$ و y^* و $x^*)$ به ترتیب مؤلفه‌های بردار وضعیت r در دو سیستم ثابت xyz و در حال دوران $x^*y^*z^*$ باشند، آنگاه می‌توان نوشت:

$$\underline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{K} \qquad 1.1$$

$$\underline{r} = x^*\hat{i}^* + y^*\hat{j}^* + z^*\hat{K}^* \qquad 1.2$$

برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های (x^*, y^*, z^*) از بردار r بر حسب مؤلفه‌های $(z$ و y و $x)$ از این بردار، یا به عبارت دیگر برای رسیدن به معادلات ترانسفورماسیون (انتقال مختصات) بین این دو سیستم می‌شود به شکل زیر عمل کرد:

$$i^* \cdot \underline{r} = x\, i^* \cdot i + y\, i^* \cdot j + z\, i^* \cdot K \qquad (2)$$

$$i^* \cdot (x^* i^* + y^* j^* + z^* K^*) = x\,(i^* \cdot i) + y\,(i^* \cdot j) + z\,(i^* \cdot K)$$

$$x^* = x\,(i^* \cdot i) + y\,(i^* \cdot j) + z\,(i^* \cdot K)$$

کسینوس‌های هادی محورهای مختصات

$$y^* = x(j^* \cdot i) + y(j^* \cdot j) + z(j^* \cdot k)$$

$$z^* = x(K^* \cdot i) + y(K^* \cdot j) + z(K^* \cdot K)$$

سیستم مختصات ستاره‌دار نسبت به سیستم مختصات بدون ستاره.

علاوه بر این می‌دانیم که رابطه‌ی (۱) را می‌توان برای هر بردار دلخواه A نوشت:

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\underline{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{K}$$
$$\underline{A} = A^*_x\hat{i}^* + A^*_y\hat{j}^* + A^*_z\hat{K}^* \quad (3)$$

(A_x, A_y, A_z) ، (A^*_x, A^*_y, A^*_z) به ترتیب مؤلفه های بردار A در دو سیستم xyz، $x^*y^*z^*$ نوشته شده است.

همین طور از جبر برداری به خاطر داریم که مشتق بردار A نسبت به زمان چنان به تعریف عبارتست از:

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underline{A}(t+\Delta t) - \underline{A}(t)}{\Delta t} \quad (4)$$

رابطه‌ی 4 در سیستم مختصات اینرشیال برقرار است.

مشتق بردار A نسبت به زمان در سیستم مختصات ثابت و متغیر باهم متفاوت است. بنابراین از دو نوتاسیون متفاوت برای معرفی مشتق بردار اختیاری A استفاده می کنیم.

در نظر می گیریم:

$\frac{d\underline{A}}{dt}$ مشتق بردار A نسبت به زمان در سیستم مختصات xyz

$\frac{d^*\underline{A}}{dt}$ مشتق بردار A نسبت به زمان در سیستم مختصات $x^*y^*z^*$

از طرفین رابطه‌ی 3 نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \dot{A}_x\hat{i} + \dot{A}_y\hat{j} + \dot{A}_z\hat{K}$$ مشتق بردار $\underline{A}$ در سیستم مختصات ثابت

$$\frac{d^*\underline{A}}{dt} = \dot{A}^*_x\hat{i}^* + \dot{A}^*_y\hat{j}^* + \dot{A}^*_z\hat{K}^*$$ مشتق بردار $\underline{A}$ در سیستم مختصات در حال دوران (5)

مشتق بردار $\underline{A}$ (رابطه‌ی 3.2) نسبت به زمان در سیستم مختصات ثابت عبارتست از:

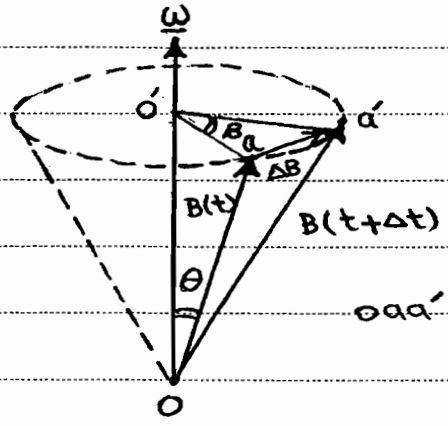
$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \dot{A}^*_x\hat{i}^* + \dot{A}^*_y\hat{j}^* + \dot{A}^*_z\hat{K}^* + A^*_x\frac{d\hat{i}^*}{dt} + A^*_y\frac{d\hat{j}^*}{dt} + A^*_K\frac{d\hat{K}^*}{dt} \quad (6)$$

با استفاده از رابطه‌ی 5.2 و 6 می توان نوشت:

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d^*A}{dt} + A_x^* \frac{d\hat{i}^*}{dt} + A_y^* \frac{d\hat{j}^*}{dt} + A_z^* \frac{d\hat{k}^*}{dt} \qquad (7)$$



$$\Delta B = B(t+\Delta t) - B(t)$$

if $\Delta t \to 0$ $\quad \overline{aa'} = \Delta B$

$$\Delta oo'a : \sin\theta = \frac{o'a}{oa} = \frac{o'a}{B}$$

$$ao' = B\sin\theta$$

oaa' قطاع $\quad \overline{aa'} = o'a \cdot \beta$, $\beta = \omega \Delta t$ $\Rightarrow aa' = \Delta B = \omega B \sin\theta \, \Delta t$

Δt طرفین تقسیم بر $\quad \frac{\Delta B}{\Delta t} = \omega B \sin\theta \qquad (8.1)$

$$\frac{d\underline{B}}{dt} = \underline{\omega} \times \underline{B} \qquad (8.2)$$

7, 8.2 :

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \frac{d^*\underline{A}}{dt} + A_x^*(\underline{\omega} \times \underline{i}^*) + A_y^*(\underline{\omega} \times \underline{j}^*) + A_z^*(\underline{\omega} \times \underline{k}^*)$$

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \frac{d^*\underline{A}}{dt} + \underline{\omega} \times (A_x^* \hat{i}^* + A_y^* \hat{j}^* + A_z^* \hat{k}^*)$$

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = \frac{d^*\underline{A}}{dt} + \omega \times A \qquad (9)$$

وقتی می‌خواهیم دوران جسم صلب را بررسی کنیم، معادلات دینامیکی حرکت آن:

$$\underline{N} = \frac{d\underline{L}}{dt} \quad , \quad \underline{L} = \underline{I} \cdot \underline{\omega} \qquad (10)$$

(از مکانیک می‌دانیم که در حرکت دورانی یک جسم صلب معادلات حرکت با این روابط بیان می‌شود.)

ω ← بردار دوران

I ← ماتریس ممان اینرسی جسم در حال دوران

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

L ← اندازه حرکت زاویه ای جسم در حال دوران

N ← برآیند گشتاورهای نیروهای خارجی مؤثر بر جسم در حال دوران

(9), (10):

$$\underline{N} = \frac{d\underline{L}}{dt} = \frac{d^*\underline{L}}{dt} + \underline{\omega} \times \underline{L} \qquad (11)$$

$$\underline{N} = \frac{d^*(\underline{I}\cdot\underline{\omega})}{dt} + \omega \times (\underline{I}\cdot\underline{\omega})$$

$$\underline{N} = \frac{d^*\underline{I}}{dt}\cdot\underline{\omega} + \underline{I}\,\frac{d^*\omega}{dt} + \underline{\omega} \times (\underline{I}\cdot\underline{\omega}) \qquad (12)$$

$$\frac{d\underline{\omega}}{dt} = \frac{d^*\underline{\omega}}{dt} + \underline{\omega} \times \underline{\omega}^{\,\to 0}$$

$$\frac{d\underline{\omega}}{dt} = \frac{d^*\underline{\omega}}{dt} \qquad (13)$$

مقایسه‌ی حرکت خطی یک جرم نقطه‌ای با حرکت دورانی یک جسم صلب اطلاعات جالبی به ما می‌دهد:

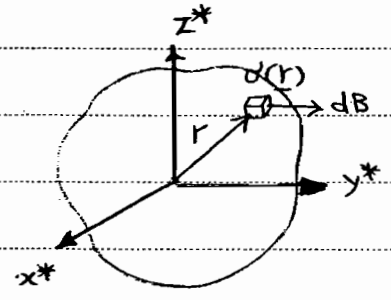
$$\underline{P} = m\,\underline{v} \qquad F = \frac{dP}{dt}$$

برخلاف حرکت انتقالی یک جرم نقطه‌ای که در آن جرم جسم بستگی به سیستم مختصات مورد استفاده در حرکت ندارد در حرکت دورانی یک جسم صلب ماتریس ممان اینرسی به سیستم مختصات مورد استفاده برای حرکت وابسته است.

مثال) ماتریس ممان اینرسی زمین در حرکت روزانه‌ی آن به این شکل است:

$$I = \begin{bmatrix} I_{x^*x^*} & I_{x^*y^*} & I_{x^*z^*} \\ I_{x^*y^*} & I_{y^*y^*} & I_{y^*z^*} \\ I_{x^*z^*} & I_{y^*z^*} & I_{z^*z^*} \end{bmatrix} \qquad (14.1)$$

(ماتریس متقارن)



$$I_{x^*x^*} = \iiint_B (y^{2*} + z^{2*})\,\rho(\underline{r})\,dB$$

$$I_{y^*y^*} = \iiint_B (x^{2*} + z^{2*})\,\rho(\underline{r})\,dB$$

$$I_{z^*z^*} = \iiint_B (x^{2*} + y^{2*})\,\rho(\underline{r})\,dB$$

$$I_{x^*y^*} = \iiint_B (x^* y^*)\,\rho(\underline{r})\,dB$$

$$I_{x^*z^*} = \iiint_B (x^* z^*)\,\rho(\underline{r})\,dB$$

$$I_{y^*z^*} = \iiint_B (y^* z^*)\,\rho(\underline{r})\,dB$$

باید توجه کنیم که ماتریس ممان اینرسی در سیستم مختصات های مختلف متفاوت است برعکس M، یعنی $\frac{d^*I}{dt}$ صفر نیست.

بردار های ویژه‌ی یک ماتریس امتداد های محور های سیستم مختصات را مشخص می کنند که اگر این ماتریس را به آن سیستم مختصات منتقل کنیم تبدیل به یک ماتریس قطری با عناصر قطری ثابت می شود. با منطبق فرض کردن امتداد محور های سیستم $x^* y^* z^*$ با امتداد بردار های ویژه‌ی ماتریس ممان اینرسی، رابطه‌ی ۱۶.۱ به فرم زیر قابل بازنویسی است:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & & \\ & I_2 & \\ & & I_3 \end{bmatrix} = \mathrm{diag}(I_1, I_2, I_3)$$

I_1, I_2, I_3 ثابت هستند.

محور های این سیستم را محور های ماکزیمم اینرسی‌ای زدن می‌گویند.

$$\frac{d^*I}{dt} = 0 \qquad (15)$$

از روابط ۱۱.۲، ۱۲.۲ و ۱۵ می توان گفت:

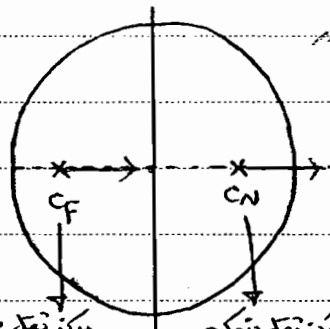
$$\underline{N} = I \cdot \frac{d\underline{\omega}}{dt} + \underline{\omega} \times (\underline{I} \cdot \underline{\omega}) \qquad (1)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

معادله دیفرانسیل (۱) معادله‌ای است که حرکت دورانی یک جسم صلب را تحت تأثیر گشتاور نیروی خارجی N توضیح می‌دهد. یعنی تحت فرضیات قبل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت زمین به فرم ساده‌تر (۱) قابل تبدیل است.

[چون زمین را به شکل کاملاً کروی در نظر گرفتیم، نیروهای خارجی مؤثر بر زمین هیچ گشتاور نیروی خارجی را بر زمین اعمال نمی‌کنند] بنابراین معادله دیفرانسیل ۱ به فرم ساده‌تر زیر قابل بازنویسی است:



$$I_0 \frac{d\underline{\omega}}{dt} + \underline{\omega} \times (\underline{I}_0 \underline{\omega}) = 0$$

مرکز ثقل بیضوی دور از خورشید و بیضوی نزدیک به خورشید در امتداد خط مرکز ثقل قرار می‌گیرند که خورشید را به زمین وصل می‌کند. بنابراین امتداد هر دو نیرو از یک خط می‌گذرد.

بنابراین $\underline{N} = 0$ و غیر صفر در نظر گرفتن $\underline{N}$ مسأله را بسیار پیچیده خواهد کرد.

$$\textcircled{2} \rightarrow \begin{cases} I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\omega_3\omega_2 = 0 \\ I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3)\omega_1\omega_3 = 0 \\ I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\omega_2\omega_1 = 0 \end{cases} \quad \textcircled{3}$$

[ω_1، ω_2 و ω_3 مؤلفه‌های بردار دوران ω هستند و I_1, I_2, I_3 ممان اینرسی زمین در سیستم مختصاتی که محورهای آن موازی با امتدادهای ماکزیمم اینرسیای زمین می‌باشد. (بردارهای ویژه ماتریس ممان اینرسی زمین) برای زمین واقعی $I_1 \simeq I_2$.]

بنابراین در معادله‌ی (3.3) ترم دوم حذف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_3 \dot{\omega}_3 = 0 \Rightarrow \dot{\omega}_3 = 0 \Rightarrow \omega_3 = cte = \mu$$

$$\textcircled{3.1}, \textcircled{3.2} \xrightarrow[I_1 = I_2]{\text{تقسیم بر}} \begin{cases} \dot{\omega}_1 + \dfrac{I_3 - I_1}{I_1}\mu\omega_2 = 0 \\ \dot{\omega}_2 - \dfrac{I_3 - I_1}{I_1}\mu\omega_1 = 0 \\ \omega_3 = \mu \end{cases} \quad \textcircled{4}$$

با مشتق گرفتن از روابط (4.1) و (4.2) هانگرین در این روابط نتیجه خواهد شد.

Subject:

Year Month Date ( )

$$\begin{cases} \ddot{\omega}_1 + \left(\frac{I_3 - I_1}{I_1}\right)^2 \mu^2 \omega_1 = 0 \\ \ddot{\omega}_2 - \left(\frac{I_3 - I_1}{I_1}\right)^2 \mu^2 \omega_2 = 0 \\ \omega_3 = cte = \mu \end{cases} \quad (5)$$

حل این دستگاه با روشهای استاندارد موجود خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \omega_1(t) = \beta \cos\left(\overbrace{\frac{I_3 - I_1}{I_1}\mu}^{2\pi f} t + \psi\right) \\ \omega_2(t) = \beta \sin\left(\underbrace{\frac{I_3 - I_1}{I_1}\mu}_{2\pi f} t + \psi\right) \\ \omega_3(t) = \mu \end{cases} \quad (6)$$

β و ψ (دامنه و فاز) ثابت های انتگرال گیری هستند.

«فرم پارامتریک مخروط»

۱) همچین که معادلات (6)، یک مخروط را در فضا ترسیم می کند. به عبارت دیگر تحت شرایط مورد استفاده در بررسی حرکت روزانه زمین امتداد محور دوران ① زمین در فضا ثابت نیست و حرکت مخروطی شکل را متحمل می شود. به این حرکت نوتیشن آزاد (Free Nutation) محور دوران زمین می گوییم. (Earth Wobble)

۲) شرایط مورد استفاده ما هیچ اطلاعاتی را در خصوص بزرگی دامنه‌ی این حرکت (بزرگی ثابت β) به ما نمی دهد. علت آن این است که به طوری که در نتیجه گیری دیدیم، نوتیشن آزاد محور دوران زمین حرکتی ذاتی در محور دوران ① زمین است یعنی تحت تأثیر عامل خاصی نیست.

حال پریود این حرکت را محاسبه می کنیم. (هر حرکت تناوبی که معادلاتش را داشته باشیم می توانیم پریود آن را محاسبه کنیم.)

$$(6) \rightarrow 2\pi f = \frac{I_3 - I_1}{I_1}\mu \Rightarrow F = \frac{I_3 - I_1}{I_1} \cdot \frac{\mu}{2\pi} \quad (7)$$

$$T = \frac{2\pi}{\mu} \cdot \frac{I_1}{I_3 - I_1} \quad (8)$$

در مورد زمین واقعی ω_1, ω_2 به مراتب کوچکتر از ω_3 هستند. $\boxed{\omega_3 \gg\gg \omega_1, \omega_2}$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} \cong \omega_3 \quad (9)$$

مقدار تناوبی است که زمین طی یک دوره تناوب به دور خودش طی می کند. یعنی زاویه‌ای که زمین در یک روز طی می کند.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$\omega = \frac{2\pi}{1\ \text{روز نجومی}} \Rightarrow \mu = \frac{2\pi}{1\ \text{روز نجومی}}$ (۱۰)

(۹) و (۱۰) $\Rightarrow T = \frac{I_1}{I_3 - I_1} = 305$ روز نجومی

این پریود به [پریود اولر] معروف است. زیرا معادلات دینامیکی 3 مربوط به اولر بودند، بنابراین نتیجه‌ی آنها هم مال اولر است.

۳) پریود اولر یا پریود پیش بینی شده توسط مدل منزیکی مورد استفاده ← 305 روز

[اندازه گیری های انجام شده در عمل نشان می دهد که پریود حرکت قطبش آزاد چیزی حدود چهل درصد بیشتر از مقدار پیش بینی شده یا پریود اولر است. روز نجومی $T = 435$]

[باید یک بخش غیرصلب در زمین وجود داشته باشد که با حرکت زمین مخالفت کند.]

۴) این تناقض نشان دهنده وجود بخش غیرصلبی در درون زمین است که با حرکت روزانه‌ی آن مخالفت می کند. این چهارمین نتیجه‌ی این بررسی است.

سرعت دوران زمین ثابت نیست و دارای ۳ دسته از تغییرات است. تا سال ۱۹۳۹ تصور می شد سرعت حرکت زمین ثابت است و هر حرکت متناوبی با سرعت ثابت می تواند معیاری برای سنجش زمان باشد. بنابراین حرکت زمین نیز تا آن زمان معیار دقیقی برای سنجش زمان بود. زیرا سیستم های اندازه گیری دقیق نبود.

تغییرات سرعت دوران زمین:

◀ تغییرات با پریود بسیار بلند Secular (تغییرات تاریخی)

تحت تأثیر نیروی جاذبه سایر اجرام سماوی که با حرکت زمین مخالفت می کنند، سرعت آن در حال کاهش است. این سرعت 2 milisecond / century در حال کاهش است. ناشی از اصطکاک جزر و مد.

◀ تغییرات فصلی Seasonal variations

بین سرعت زمستان با سرعت تابستان فرق می کند. تغییرات فصلی با پریود یک سال و نیم یا پریود ماه امکان پذیر است مقادیری تا چند میلی ثانیه داشته باشند. مستقل از این تغییرات ناشی از جزر و مد و مستقل از باد است.

◀ تغییرات نامنظم Irregular

عامل مشخصی را نمی توان به آن نسبت داد. گاهی تا 10 msec در روز هم می رسد. ✓ برخلاف حرکت خطی ترانسلاسیون

تکیه یکنید را نمی توان عامل تغییرات نامنظم در سرعت دوران زمین دانست. ✓

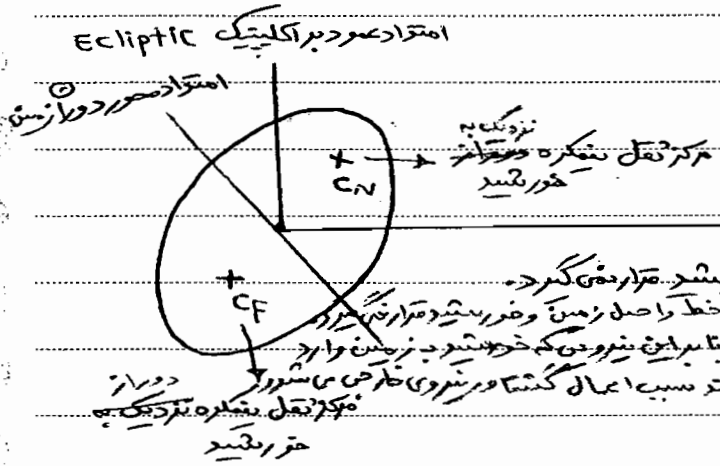
حرکت تناوبی چرخش زمین به دور محور دوران مقیاس مناسبی برای سنجش زمان نیست به خصوص در عصر

Subject:

Year. Month. Date. ( )

حامتر که دقت هایی که در مهندسی مورد استفاده قرار می گیرد زیاد است و باید برخی چیزها را با دقت بسیار بالا بسنجیم. مثلاً ساعت اتمی درون ماهواره ها می گذاریم تا زمان دقیق ارسال سیگنالها را بدانیم.

ممچنین زمین کاملاً کروی شکل نیست. در قطبین فشرده و در استوا برآمده است. نیرویی که اجرام سماوی به زمین وارد می کنند دو مؤلفه ی افقی و دو مؤلفه عمودی دارد که از برآیند های مؤلفه های عمودی زمین واقعی سبب می شود که زمین علاوه بر اینکه زمین صلب نیست شکل آن هم کروی نیست بلکه در قطبین فشرده و در استوا برآمده است.



مرکز ثقل دو بیضی در امتداد خط واصل زمین و خورشید قرار دارد.

به علت فشردگی در قطبین و برآمدگی در استوا در امتداد خط واصل زمین و خورشید قرار نمی گیرد همین وضعیت در مورد سایر اجرام سماوی نیز هست. بنابراین نیرویی که خورشید به زمین وارد می کند سبب اعمال گشتاور نیروی خارجی می شود.

$$\begin{cases} I_1\dot{w}_1 + (I_3 - I_2)w_3 w_2 = N_1 \\ I_2\dot{w}_3 + (I_1 - I_3)w_1 w_3 = N_2 \\ I_3\dot{w}_3 + (I_2 - I_1)w_2 w_1 = N_3 \end{cases} \quad (11)$$

با مرضیات بسیاری برای ساده سازی این معادلات می توان معادلات را ساده و حل کرد.

با حل دستگاه معادلات 11، تحت تأثیر جاذبه ی خورشید به زمین محور دوران متحمل حرکت مخروطی شکلی می شود که بزرگی آن $2 \times 23.5^\circ = 47^\circ$ می باشد.

تحت تأثیر گشتاور نیروی خارجی ناشی از نیروی جاذبه ی خورشید به زمین محور دوران زمین حرکت مخروطی شکل جدیدی را متحمل می شود که بزرگی زاویه ی رأس آن 47° است و پریود آن 26000 سال است.

در صورتی که دامنه ی حرکت نوسانی آزاد $0.1'' - 0.2''$ می باشد که سبب جابجایی قطب به اندازه ی ۶ تا ۶ متر خواهد شد.

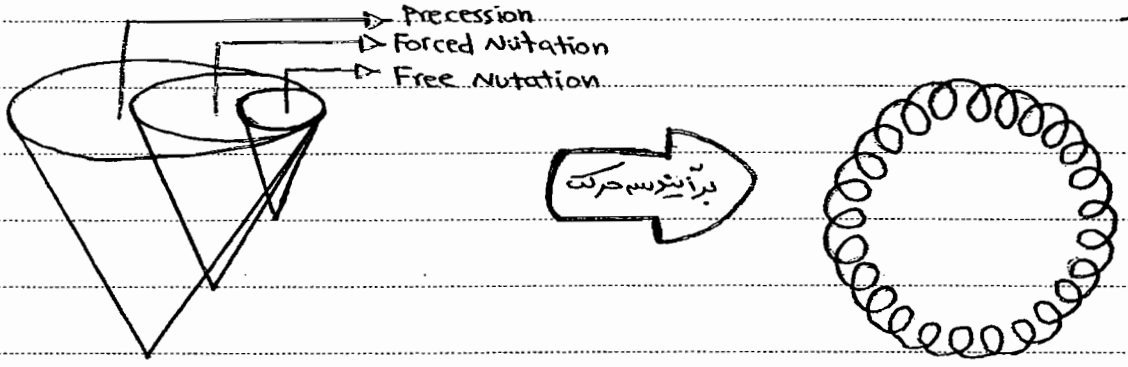
گفته شد 26000 سال طول می کشد محور دوران زمین مخروط را به طور کامل طی کند. این حرکت محور زمین را اصطلاحاً "precession" می گویند.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تحت تأثیر گشتاور نیروی خارجی مؤثر از طرف ماه بر زمین به طور متناوب، محور دوران زمین حرکت مخروطی شکل جزیی را متحمل می‌شود. پریود این حرکت 18.6 سال است و به همین است زاویه‌ای را می‌سازد آن بزرگتر از زاویه رأس precession است. به این حرکت نوتیشن اجباری یا Forced Nutation می‌گویند.

حرکت کلی که زمین انجام می‌دهد برآیندی از این سه حرکت است که یک حرکت کنگره‌ای شکل را برای قطب زمین ایجاد می‌کند.



تمرین - برنامه‌ای بنویسید که معادله‌ی سه مخروط را گرفته و موقعیت یک نقطه را در مقطع مخروط محاسبه کند. خواهیم دید یک حرکت کنگره‌ای شکل حاصل خواهد شد که حاصل از دوران ۳ مخروط است.

قطب یا نقطه‌ی برخورد محور دوران زمین با سطح آن

تغییرات محور دوران زمین نسبت به سیارهوم است یکی از موضوعهای مهم در ژئودزی است. برای تعیین موقعیت نقاط روی زمین است. برای تعیین در ژئودزی سیستم‌های مختصاتی که استفاده می‌شود، بر مبنای محور دوران زمین هستند.
موقعیت بنا به سیستم مختصاتی داریم که مبدأ یکی از محورهای آن در راستای محور دوران زمین است. بنابراین در تغییر محور دوران زمین روی سیستم مختصات اثر می‌گذارد.
باید تغییر موقعیت محور دوران زمین را به دقت مشاهده و تأثیر آن را از سیستم مختصات حذف کنیم. مثل تغییرات متناوب و دائم، طوری که تأثیر آنها را از داده‌ها و اطلاعات حذف می‌کنیم.

تغییرات قطب یعنی نقطه‌ی برخورد محور دوران زمین با سطح زمین تحت تأثیر تغییرات دیگری نیز هست.

▲ تغییرات دائمی: این تغییرات ناشی از حرکت صفحه‌های تکتونیکی زمین است. از سال ۱۹۷۹ سرویس‌هایی بین‌المللی به وجود آمد که صرف آنها اندازه‌گیری چگونگی این تغییرات بود. یکی از این سرویس‌ها، سرویس International Latitude Service (ILS) بود. تنها تکنیکی که در تعیین موقعیت مطلق در ژئودزی و هم در اخترشناسی استفاده می‌شود از ستاره‌هاست که در این روش از مختصات معلوم ستاره‌ها استفاده می‌کنیم و با دستیابی دقیق فاصله و زمان مختصات دقیق نقطه را به دست می‌آوریم. در این سرویس نیز مرکز نقاط رادیوی زمین در نظر گرفته شد و به طور متناوب عرض جغرافیایی را اندازه گرفتند تا به حرکات زمین پی ببرند. یکی دیگر از این سرویس‌ها International Polar Motion Service (IPMS) می‌باشد و نام IPMS نیز مجدداً به IERS

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تفسیر یافت. International Earth Rotation Servic

* توضیح مربوط به شکل صفحه‌ی 27 جزوه‌ی دکتر نجفی:

این حرکت مجموعه ای است از نوتیشن آزاد و پارامترهایی که از نوتیشن آزاد و تغییرات قطب به دست می آیند و تأثیر Free Nutation و Precession را از آن حذف کرده‌اند. به پارامترهایی که از نوتیشن آزاد و تغییرات قطب به دست می آیند اثر دوران زمین می گویند.

$$\frac{d\underline{r}}{dt} = \frac{d^*\underline{r}}{dt} + \underline{\omega} \times \underline{r}$$

با مشتق گرفتن از طرفین رابطه به این نتیجه می رسیم که:

$$\frac{d^2\underline{r}}{dt^2} = \frac{d^{2*}\underline{r}}{dt^2} + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + 2\underline{\omega} \times \frac{d^*\underline{r}}{dt} + \frac{d\underline{\omega}}{dt} \times \underline{r}$$

با ضرب طرفین رابطه در جرم m:

$$\underbrace{m\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}}_{F} = m\frac{d^{2*}\underline{r}}{dt^2} + m\underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + 2m\underline{\omega} \times \frac{d^*\underline{r}}{dt} + m\frac{d\underline{\omega}}{dt} \times \underline{r}$$

نیروی گریز از مرکز — کوریولیس — نیروی گرانشی که دوران با سرعت نرمال اتفاق می‌افتد. — نقطه هندسی

از رابطه‌ی بالا نتیجه می شود که:

قانون دوم نیوتن در یک سیستم مختصات غیر اینرسیال برقرار نیست!

نیروهای ظاهری دیگری نیز وارد معادلات دینامیکی حرکت می شوند.

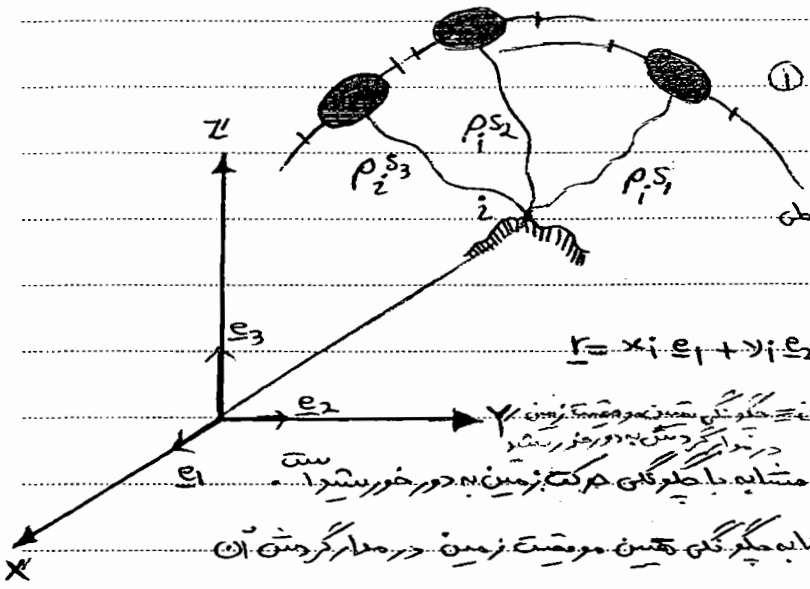
گفتیم می توان موقعیت هواری ماهواره‌ها را در هر لحظه از زمان به کمک برخی پارامترهای منحنی الحظ کی از حرکت سالیانه زمین به دست می آیند تعیین کرد.

از قوانین حاکم بر حرکت سالیانه زمین به دور خورشید در طراحی سیستم های اندازه گیری ماهواره‌ای استفاده می شود.

بنابراین شناخت چگونگی طراحی این سیستم ها مستلزم آشنایی با قوانین حاکم بر حرکت انتقالی زمین به دور خورشید است.

سیستم های ماهواره‌ای مجموعه‌ای از ماهواره ها هستند که در صفحات مداری مختلف حرکت می کنند.

اطراف زمین



$$\rho_i^{S1} = \sqrt{(x^{S1}-x_i)^2+(y^{S1}-y_i)^2+(z^{S1}-z_i)}$$

① $$\rho_i^{S2} = \sqrt{(x^{S2}-x_i)^2+(y^{S2}-y_i)^2+(z^{S2}-z_i)^2}$$

$$\rho_i^{S3} = \sqrt{(x^{S3}-x_i)^2+(y^{S3}-y_i)^2+(z^{S3}-z_i)^2}$$

دستگاه بالا دستگاه سه معادله- سه مجهول غیرخطی است.

$$\underline{r} = x_i\,\underline{e}_1 + y_i\,\underline{e}_2 + z_i\,\underline{e}_3$$

چگونگی تعیین موقعیت ماهواره‌ای در حرکت به دور زمین مشابه با چگونگی حرکت زمین به دور خورشید است.

چگونگی حرکت ماهواره‌ای در حرکت به دور زمین مشابه با چگونگی حرکت زمین به دور خورشید است.

موقعیت ماهواره‌ها در گردش آنها به دور زمین مشابه چگونگی همین موقعیت زمین در مدار گردش آن به دور خورشید است.

ما در عمل مشغلات کارتزین ماهواره‌ها را در سیستم مختصات معلوم نداریم. بلکه مجموعه‌ای از پارامترها را داریم که مشخص کننده موقعیت زمین در حرکت به دور خورشید را معین می‌کنند که به آنها پارامترهای کپلر گفته می‌شود. این موقعیت‌ها در مدار با پارامترهای هستند.

از طرفی مجهولات پارامترهایی مشخص می‌شوند که در حرکت انتقالی زمین به دور خورشید موقعیت زمین را در مدار گردشش به دور خورشید معین می‌کنند. بنابراین ابتدا باید ببینیم موقعیت پارامترها چگونه قابل محاسبه است و سپس این پارامترها را به مشغلات کارتزین تبدیل کنیم.

البته چگونگی تبدیل پارامترها به مشغلات کارتزین را در این درس نمی‌بینیم. ← ترجمه‌ی ماهواره‌ای

برای بررسی حرکت سالیانه زمین نیاز به مدل فیزیکی داریم.

از ابعاد زمین صرف نظر می‌کنیم.

در حرکت سالیانه زمین، ناصلی‌ها بین زمین و سایر اجرام سماوی خیلی زیاد است بنابراین می‌توان جرم زمین را متمرکز در مرکز آن تصور کرد.

مؤثر بر حرکت آن به دور خورشید

① تمام جرم زمین و تمام جرم خورشید را به دلیل ناصلی‌ها در این جرم از هم در مرکز ثقل آنها متمرکز در نظر می‌گیریم.

② برای سادگی از اثر نیروی جاذبه سایر اجرام سماوی در حرکت انتقالی زمین به دور خورشید صرف نظر می‌کنیم.
هرچه ناصلی‌های اجرام سماوی بیشتر می‌شود، اثر نیروی آنها نیز کمتر می‌شود.

مجموعه فرض‌ها در بررسی حرکت سالیانه زمین به دور خورشید:

نتیجه فرض اول: میدان جاذبه‌ی زمین را شعاعی و میدان جاذبه‌ی خورشید شعاعی فرض می‌شود. یا به عبارت دیگر زمین در میدان جاذبه‌ی شعاعی خورشید به دور آن حرکت می‌کند.

مدلی که مبتنی بر این فرضیات است مدل جرم نقطه‌ای نام دارد.

می‌توانستیم بگوییم چون جرم ماه در مقابل جرم زمین کم است، از آن صرف نظر می‌کنیم
اما چون جرم زمین در مقابل جرم خورشید کم است، از این فرض صرف نظر می‌کنیم.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

چون جرم زمین در مقابل جرم خورشید کم است از این فرض صرف نظر می کنیم. سیستم مکانیکی مورد بررسی تنها متشکل از دو جرم نقطه ای است.

نتیجه فرض دوم: سیستم مکانیکی مورد بررسی تنها متشکل از دو جرم نقطه ای است.

مسأله دو جرم Two-body problem

مسأله سه جرم Three-body problem

مسأله چند جرم Multi-body problem

حل مسأله ی سه جرم و چند جرم به فرمول مشخصی منتهی نمی شود.

در مکانیک تابع می شود مسائل سه جرم و چند جرم دارای جواب بسته نیستند.

جواب بسته: فرمول مشخصی که برای ما کاملاً مشخص کند که معادله دیفرانسیل حرکت چگونه است مانند معادلات دیفرانسیل که در حساب سری ها محاسبه می شود. دقیقاً به همین علت از مسأله دو جرم استفاده می کنیم برای ماهواره ها و فضاپیما ها زیرا علاوه بر نیروهای جاذبه نیروهای غیر جاذبه نیز تأثیر گذار هستند.

در ارتفاعی که ماهواره ها وجود دارند (2000km) دانسیته جو صفر نیست بلکه نیروی اصطکاک نیز وجود دارد. ماهواره ها panel های بزرگی دارند که انرژی آنها را تأمین می کند. ذراتی که از سطح خورشید با سرعت در فضا پخش می شوند در برخورد با ماهواره ها به آنها نیرو وارد می کنند. بنابراین به ماهواره ها فشار صادر ناشی از تشعشعات خورشید نیروهای جاذبه و غیر جاذبه متنوع دیگر وارد می شود.

بنابراین جوابی که با فرض دوم و با فرض عدم وجود نیروهای مزاحم به دست می آید تقریبی است. یعنی جوابی که به دست می آید به دلیل نیروی سایر اجرام سماوی جواب دقیق نیست.

در قدم دوم اثر تک تک این عوامل را روی موقعیت ماهواره ها در نظر می گیریم.

برای حل مسأله دو جرم از قوانین نیوتن استفاده می کنیم.

جرم جسمی است که نیروی جاذبه ی آن بر جسم به جرم m اثر می کند.

$$K = G\frac{Mm}{r^2}$$

(G: ثابت جهانی گرانش)

$$K = m\ddot{r}$$

($\ddot{r}$: شتاب حرکت، r: بردار موقعیت جسم)

K: برآیند نیروهای وارد بر جسم

$$G = (6.67259 \pm 0.00085)\times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$$

صفر مشخص نشده است ماهیت این نیرو چیست البته فرضیاتی در این مورد وجود دارد که می گوید نیروی جاذبه از یک جسم با سرعت نزدیک به سرعت نور منتشر شده و آن را به سمت مرکز می کشد، تأثیر نیروی جاذبه ی جسم بر جسم دیگر به صورت آنی اتفاق می افتد.

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

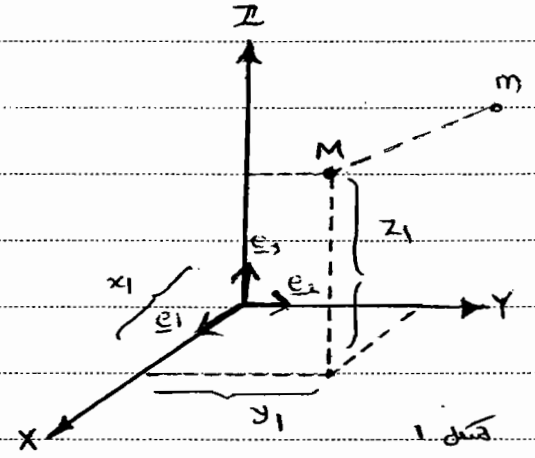
ازآنجا که میتوانیم بتوانیم تنها در سیستم مختصات اینرسیال برقرار هستند. در بررسی حرکت سایانه زمین ناچار به استفاده از یک سیستم مختصات اینرسیال (در فضا ثابت یا در فضا با سرعت ثابت حرکت می کند) هستیم.

* آن مجموعه پارامترهایی که موقعیت زمین به دور خورشید را مشخص می کنند در سیستم مختصات اینرسیال معین نیز.

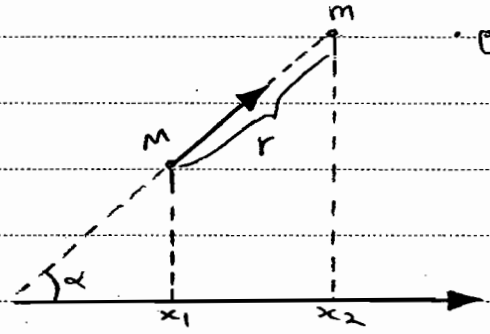
* مجموعه پارامترهایی که موقعیت زمین را در مدار گردش آنها به دور خورشید معین می کنند تنها در سیستم مختصات اینرسیال اعتبار دارد.

دو جرم نقطه‌ای زمین و خورشید را در نظر می گیریم.

امتدادی که دو جرم m و M را به هم وصل کرده با هر یک از محورهای مختصات زوایایی می سازد. برای حل مسأله دو جرم امتداد Mm را روی هر یک از صفحات مختصات تصویر می کنیم.



شکل 1



شکل 2 : تصویر امتداد $\overline{Mm}$ در صفحه‌ای که شامل محور x است.

xyz : سیستم مختصات اینرسیال

m : جرم نقطه‌ای که نیروی جاذبه‌ی آن بر m اثر می کند و باعث حرکت جرم نقطه‌ای m حول آن می شود.

$$K = G\frac{Mm}{r^2}$$

برای نیروی جاذبه‌ای که جرم M بر m وارد می کند، طبق قانون دوم نیوتن برای $K_m \longrightarrow M$

$$K_x = M\ddot{x}_1 \qquad K_y = M\ddot{y}_1 \qquad K_z = M\ddot{z}_1 \quad (2)$$

K_x و K_y و K_z بزرگی مؤلفه‌های نیروی جاذبه مؤثر از جرم نقطه‌ای m بر جرم نقطه‌ای M و $(\ddot{z}_1$ و $\ddot{y}_1$ و $\ddot{x}_1)$ مؤلفه‌های شتاب حرکت جرم نقطه‌ای M تحت تأثیر این نیرو هستند.

$$K_x = K\cos\alpha \qquad K_y = K\cos\beta \qquad K_z = K\cos\gamma \quad (3)$$

α و β و γ زوایایی هستند که امتداد $\overline{Mm}$ با محورهای مختصات می سازد.

$$K = G\frac{Mm}{r^2} \qquad G\frac{Mm}{r^2}\cos\alpha = M\ddot{x}_1 \qquad \cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{r}$$

$$G\frac{Mm}{r^2}\cos\beta = M\ddot{y}_1 \qquad \cos\beta = \frac{y_2 - y_1}{r}$$

$$G\frac{Mm}{r^2}\cos\gamma = M\ddot{z}_1 \qquad \cos\gamma = \frac{z_2 - z_1}{r}$$

Subject:

Year Month Date ( )

$$G\frac{m}{r^2}\frac{x_2-x_1}{r}=\ddot{x}_1$$
$$G\frac{m}{r^2}\frac{y_2-y_1}{r}=\ddot{y}_1 \quad (4)$$
$$G\frac{m}{r^2}\frac{z_2-z_1}{r}=\ddot{z}_1$$

به همین ترتیب برای نیروی جاذبه $m \to M$ طبق قانون دوم نیوتن بنویسیم.

$$K_x=m\ddot{x}_2 \qquad K_y=m\ddot{y}_2 \qquad K_z=m\ddot{z}_2$$

$$K_x=K\cos\alpha \qquad K_y=K\cos\beta \qquad K_z=K\cos\gamma$$

$$-G\frac{mM}{r^2}\frac{x_2-x_1}{r}=m\ddot{x}_2$$

نیروی جاذبه‌ای که M به m وارد می‌کند در خلاف جهت x است.

$$-G\frac{mM}{r^2}\frac{y_2-y_1}{r}=m\ddot{y}_2$$
$$-G\frac{mM}{r^2}\frac{z_2-z_1}{r}=m\ddot{z}_2$$

$$\begin{cases} -G\frac{M}{r^3}(x_2-x_1)=\ddot{x}_2 \\ -G\frac{M}{r^3}(y_2-y_1)=\ddot{y}_2 \\ -G\frac{M}{r^3}(z_2-z_1)=\ddot{z}_2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\underline{r}=\underbrace{(x_2-x_1)}_{x}\underline{e}_1+\underbrace{(y_2-y_1)}_{y}\underline{e}_2+\underbrace{(z_2-z_1)}_{z}\underline{e}_3 \quad (6)$$

$$\underline{\ddot{r}}=\underbrace{(\ddot{x}_2-\ddot{x}_1)}_{\ddot{x}}\underline{e}_1+\underbrace{(\ddot{y}_2-\ddot{y}_1)}_{\ddot{y}}\underline{e}_2+\underbrace{(\ddot{z}_2-\ddot{z}_1)}_{\ddot{z}}\underline{e}_3$$

کاری که در بالا انجام دادیم معادل با اینست که سیستم مختصات را به نقطه‌ی M منتقل کنیم.

$$\ddot{x}=\ddot{x}_2-\ddot{x}_1=-G\frac{M}{r^3}(x_2-x_1)-G\frac{m}{r^3}(x_2-x_1)=-G\frac{M+m}{r^3}\underbrace{(x_2-x_1)}_{x}$$
$$\ddot{y}=\ddot{y}_2-\ddot{y}_1=-G\frac{M}{r^3}(y_2-y_1)-G\frac{m}{r^3}(y_2-y_1)=-G\frac{M+m}{r^3}\underbrace{(y_2-y_1)}_{y} \quad (7)$$
$$\ddot{z}=\ddot{z}_2-\ddot{z}_1=-G\frac{M}{r^3}(z_2-z_1)-G\frac{m}{r^3}(z_2-z_1)=-G\frac{M+m}{r^3}\underbrace{(z_2-z_1)}_{z}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$x\ddot{y} - y\ddot{x} = 0$

$\frac{d}{dt}(x\dot{y}) = x\ddot{y} + \dot{x}\dot{y}$

$\frac{d}{dt}(y\dot{x}) = y\ddot{x} + \dot{y}\dot{x}$

$\frac{d}{dt}(x\dot{y}) - \frac{d}{dt}(y\dot{x}) = x\ddot{y} - y\ddot{x} = 0$

$\frac{d}{dt}(x\dot{y} - y\dot{x}) = x\ddot{y} - y\ddot{x} = 0$

$\Rightarrow x\dot{y} - y\dot{x} = c_1$

(6), (7) $\ddot{\vec{r}} = -G\frac{M+m}{r^3}\vec{r}$ (8)

رابطه‌ی شماره 8 معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت انتقالی زمین به دور خورشید است به شرطی که بتوان تمام جرم زمین و خورشید در مرکز ثقل باشد و از حرکت جاذبه سایر اجرام سماوی در نظر بگیریم. معادله دیفرانسیل حرکت حاکم بر مسأله دو جرم است.

برای شناخت حرکت انتقالی زمین به دور خورشید باید معادله‌ی 8 را حل کرد.

$$\begin{cases} x\ddot{y} - y\ddot{x} = -y\left(-G\frac{M+m}{r^3}\underbrace{(x_2-x_1)}_{x}\right) + x\left(-G\frac{M+m}{r^3}\underbrace{(y_2-y_1)}_{y}\right) \\ x\ddot{y} - y\ddot{x} = G\frac{M+m}{r^3}xy - G\frac{M+m}{r^3}xy = 0 \\ y\ddot{z} - z\ddot{y} = 0 \\ z\ddot{x} - x\ddot{z} = 0 \end{cases}$$

با انتگرال گرفتن از طرفین رابطه‌ی فوق به این نتیجه می‌رسیم که:

$$\begin{aligned} -y\dot{x} + x\dot{y} &= c_1 \\ y\dot{z} - z\dot{y} &= c_2 \quad (9) \\ z\dot{x} - x\dot{z} &= c_3 \end{aligned}$$

از ضرب طرفین معادلات روابط (9) به ترتیب در z، x، y به این نتیجه می‌رسیم که:

$$\begin{cases} -zy\dot{x} + zx\dot{y} = c_1 z \\ xy\dot{z} - xz\dot{y} = c_2 x \quad (10) \\ yz\dot{x} - xy\dot{z} = c_3 y \end{cases}$$

معادلات ما را با یکدیگر جمع می‌کنیم.

$$c_1 z + c_2 x + c_3 y = 0 \quad (11)$$

رابطه‌ی 11 معادله‌ی صفحه‌ای است که از مرکز سیستم مختصات عبور می‌کند.

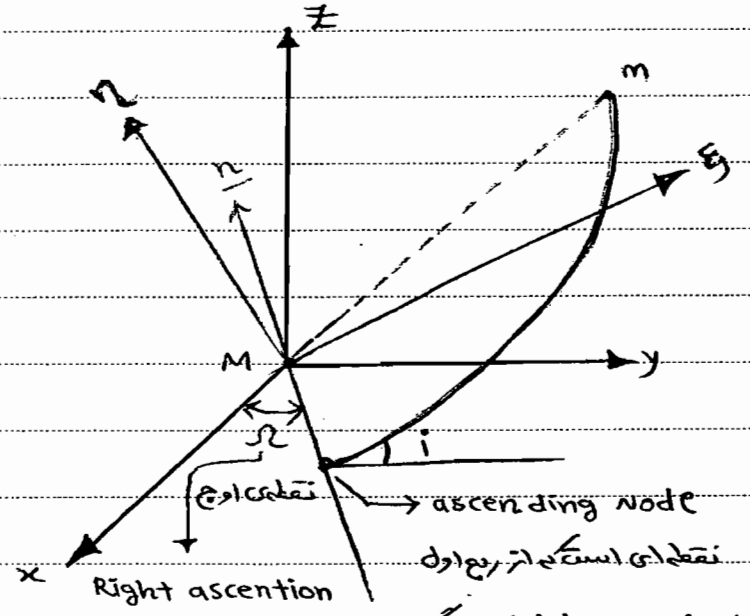
نتیجه‌ی اول:

چون با انتقال $x = x_2 - x_1$، $y = y_2 - y_1$ و $z = z_2 - z_1$ مبدأ سیستم اینرسیال به مرکز جرم تعادلی M منتقل شد، این صفحه، صفحه‌ای است که از این نقطه عبور می‌کند یا به عبارت دیگر حرکت انتقالی جرم m حول جرم M در صفحه‌ای صورت می‌گیرد که معادله‌ی آن با رابطه‌ی 11 تعریف می‌شود و از مرکز جرم تعادلی M عبور می‌کند.

به این نتیجه رسید که سیارات منظومه شمسی در صفحاتی به دور خورشید (در صفحه‌ای مرکزی) گردش می‌کنند.

اولین بار کپلر با اندازه‌گیری تجربی به آن رسید. توجیه این صفحه با بردار تکانه آن مشخص می‌شود.

$$\underline{n} = \left(\frac{c_1}{N}, \frac{c_2}{N}, \frac{c_3}{N}\right) \qquad N = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}$$



شیب صفحه‌ی مسیر حرکت جرم m را حول جرم M مشخص می‌کند.

زاویه‌ای است که امتداد حاصل از برخورد صفحه‌ی مسیر حرکت جرم m به دور جرم M با محور x می‌سازد.

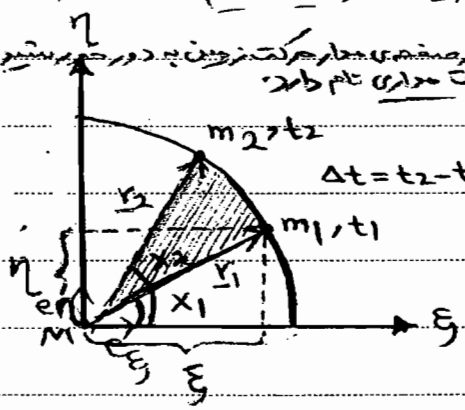
نقطه‌ای است که از ربع اول زمین به سمت بالا اوج می‌گیرد و حرکت می‌کند و دور می‌شود.

$$\frac{c_1}{N} = \cos i$$
$$\frac{c_2}{N} = \sin\Omega \sin i \qquad (12)$$
$$\frac{c_3}{N} = -\cos\Omega \sin i$$

صفحه‌ی ۱۱ با دو پارامتر آن که مشخص می‌شود.

این دو پارامتر، دو پارامتر از مجموعه پارامترهایی هستند که موقعیت زمین به دور خورشید یا موقعیت ماهواره‌ها را مشخص می‌کنند. اگر دو پارامتر آن‌ها را داشته باشیم، یک قدم به تعیین موقعیت زمین به دور خورشید نزدیک‌تر شده‌ایم.

مرکز سیستم را منطبق بر جرم نقطه‌ای M و محور x را در امتداد آن ξ می‌نامیم. محور عمودی این سیستم که با η نمایش داده می‌شود یک سیستم مختصات دست راست تعریف می‌کند. این سیستم مختصات در صفحه‌ی حرکت m به دور خورشید تعریف می‌شود. این سیستم مختصات که در صفحه‌ی مدار حرکت زمین به دور خورشید تعیین می‌شود، سیستم مختصات مداری نام دارد.



$$\xi = r_1 \cos x_1 \qquad \eta = r_1 \sin x_1 \qquad (13)$$

معادله‌ی 8 در این سیستم مختصات بر حسب مؤلفه‌های بردار موقعیت $\underline{r}$ در این سیستم:

$$\underline{r} = \xi\, \underline{e}_\xi + \eta\, \underline{e}_\eta$$

$$\ddot{\xi} = -G\frac{M+m}{r^3}\xi \quad , \quad \ddot{\eta} = -G\frac{M+m}{r^3}\eta \qquad (14)$$

$$r^2 = \xi^2 + \eta^2$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

طرفین رابطه‌ی 14 را در به ترتیب $2\dot{\xi}$ و $2\dot{\eta}$ ضرب می‌کنیم.

$$2\dot{\xi}\ddot{\xi} = -G\frac{M+m}{r^3}2\dot{\xi}\xi \quad , \quad 2\dot{\eta}\ddot{\eta} = -G\frac{M+m}{r^3}2\dot{\eta}\eta \qquad 15.1$$

از طرفین رابطه‌ی 14.3 نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$2r\dot{r} = 2\xi\dot{\xi} + 2\eta\dot{\eta} \qquad 15.2$$

همینطور در صفحه‌ی مسیر حرکت زمین به دور خورشید می‌توان گفت:

$$\xi\ddot{\eta} - \eta\ddot{\xi} = 0 \qquad 15.3$$

از طرفین رابطه‌ی 15.3 انتگرال می‌گیریم.

$$\xi\dot{\eta} - \eta\dot{\xi} = p_1 \qquad (16)$$

p_1 ثابت انتگرال‌گیری است.

$$(13),(16) \qquad (r\cos x)\frac{d}{dt}(r\sin x) - (r\sin x)\frac{d}{dt}(r\cos x) = p_1$$

$$r^2\dot{x} = p_1 \qquad (17)$$

$\dot{x}$ تغییرات x نسبت به زمان است.

$\Delta t \to 0$: $\frac{1}{2}\widehat{m_1 m_2}\cdot r = \Delta F$ است مساحت ΔF

$$\frac{1}{2}r\Delta x r = \Delta F$$

$$\frac{1}{2}r^2\Delta x = \Delta F$$

$$\frac{1}{2}r^2\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta F}{\Delta t}, \quad \Delta t \to 0 \qquad \frac{dF}{dt} = \frac{1}{2}r^2\dot{x} \qquad (18)$$

$(17),(18)$: $\frac{dF}{dt} = \frac{1}{2}p_1 = cte$ (19) قانون دوم کپلر است.

سرعت سطحی حرکت سیارات به دور خورشید ثابت است یعنی در طی زمان مساوی، مساحت‌های مساوی را جاروب می‌کند. قانون دوم کپلر نمی‌تواند اطلاعاتی در مورد سرعت زمین به دور خورشید به ما بدهد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

فصل ششم : زمین و میدان ثقل آن

چرا در ژئودزی میدان جاذبه‌ی زمین مطالعه می‌شود ؟

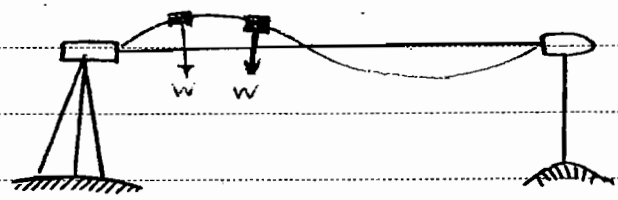
در ادامه شرحیات مورد استفاده در بررسی میدان جاذبه‌ی زمین را معرفی خواهیم کرد. این شرحیات هر کدام نتایجی دارند که مطالعه‌ی میدان ثقل را راحت‌تر می‌کنند. بر مبنای این شرحیات به روابطی خواهیم رسید که این نتایج

- روابطی برای مطالعه تغییرات بزرگی و جهت میدان جاذبه زمین به دست خواهیم آورد.

* سیستم های اندازه‌گیری مورد استفاده در نقشه برداری یا ژئودزی یا تمام نقش های آن بر روی زمین است یا تمام نقشه‌های

عنصر

بر روی زمین هستند، مثلاً در دستگاههای طولیاب امواج EM از لایه‌های مختلف جو عبور می‌کنند، یا پارامترهای جوی و گرادیان آنها باعث می‌شود امواجی که در دستگاه طولیاب هستند مسیری منحنی شکل را طی کنند.



t_1 : ارسال موج

t_2 : دریافت موج

$$\left[\Delta t=(t_2-t_1)\right]\frac{c}{2}=d_{ij}$$

$$x_j = x_i + d_{ij}\sin\theta_{ij}$$

یا خطای یک مدل ریاضی مشخص برای تصحیح خطای ناشی از دما، فشار، رطوبت و ... هوف ماست.

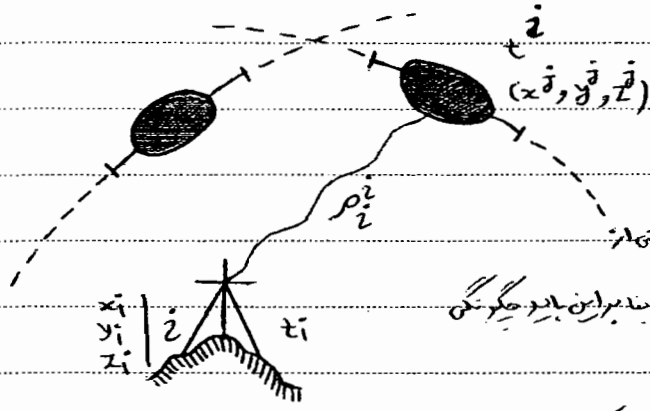
امواج EM متشکل از ذرات ریزی هستند که هر کدام جرم معینی دارند (عوض کردن تکنیک مورد بررسی)

به دلیل تأثیر میدان جاذبه‌ی زمین نسبتی کمی انرژی به جای طی کردن مسیر مستقیم یک ناصافی منحنی شکل را طی می‌کند. این جرم کم انرژی جاذبه‌ی خیلی خیلی ناچیز و قابل صرف نظر کردن دارند. در سیستم‌های مدرن اندازه‌گیری دستگاهی، ما همواره‌ای را داریم که با یک آنتن مرام حرکت می‌کنند. بنابراین وضعیت حاد تر است و ماهواره با یک آنتن ردیابی می‌شود (ردیابی می‌شود) زمانه ارسال موج هم متناوب می‌شود.

مکان ماهواره یا با یک معادلات کارتزین زمین (x^j, y^j, z^j) و یا با پارامترهای منحنی الخط $\{X, \Omega, \omega, i, e, a\}$ مشخص می‌شود.

Subject:

Year. Month. Date. ( )



$$(\Delta t = t^j - t_i)\, c = \rho_i^j$$

$$\rho_i^j = \sqrt{(x^j - x_i)^2 + (y^j - y_i)^2 + (z^j - z_i)^2}$$

این سیستم ها در فضای غیر زمین مرکز دارند، یعنی زمین بخشی از فضای غیر زمینی مورد استفاده در این سیستم ها را پوشش می دهد. بنابراین باید چگونگی تأثیر زمین بر این سیستم ها را بشناسیم.

ما ماهواره ها را با فرض عدم تأثیر میدان جاذبه زمین طراحی کرده ایم.

ضمن اینکه ماهواره ها تحت تأثیر نیروی جاذبه ی زمین قرار دارند، تحت تأثیر میدان جاذبه ی اجسام دیگر نیز قرار دارند.

در سیستم های ماهواره ای، هم میدان جاذبه زمین در کنار سایر مؤلفه های فضای غیر زمینی اندازه گیری روی سیستم های اندازه گیری تأثیر گذار است. تصور کنید که در چنین میدان جاذبه شدیدتر از جاهای دیگر باشد در صورتی که ما ماهواره ها را با فرض نبودن میدان جاذبه زمین طراحی کردیم پس میدان جاذبه ی زمین روی ماهواره ها تأثیر گذار است.

از آنجایی که اندازه گیری ها در عمل تحت تأثیر مؤلفه های مختلف فضای غیر زمینی اندازه گیری را تشکیل می دهند قرار دارند شناخت این فضای غیر زمینی و مؤلفه های آن اجتناب ناپذیر است یکی از این مؤلفه ها میدان جاذبه زمین است.

یکی از سطوح مبنایی که مورد استفاده قرار می گیرد بر مبنای میدان ثقل زمین است. می خواهیم میدان جاذبه را بررسی کنیم. در مورد حرکات سیارات زمین از مدل جرم نقطه ای استفاده کردیم. باید ببینیم چه فرضیاتی برای میدان جاذبه وجود دارد. با دو تئوری می توان تأثیرات میدان جاذبه را بررسی کرد.

- تئوری جاذبه نیوتن: بررسی نحوه تأثیر میدان جاذبه ی زمین بر نقاطی که ساکنند یا با سرعت کم در مقایسه با سرعت نور در حرکتند امکان پذیر است.

- تئوری نسبیت اینشتین: بررسی نحوه تأثیر میدان جاذبه زمین بر نقاطی که با سرعت قابل مقایسه با سرعت نور در میدان جاذبه زمین در حرکتند امکان پذیر است.

یک گروه از سیستم های اندازه گیری کلاسیک هستند مانند طول یاب و تراز یاب که به صورت ساکن روی زمین اندازه گیری می شوند.

از سیستم های مورد، سیستم های ماهواره ای است که بخشی از آنها روی زمین ساکن هستند، آنتن، ری سیور، بخشی از آنها در حرکتند که خود ماهواره ها هستند.

سرعت ماهواره ها قابل مقایسه با سرعت نور نیست. مثلاً سرعت GPS ها 1.07 Km/s است. پس از تئوری جاذبه نیوتن می توانیم استفاده کنیم.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اگر بخواهیم از نظری جاذبه استفاده کنیم باید بدانیم چه فرضیاتی نیاز داریم. این فرضیات شامل موارد زیر است:

- زمین را جسمی صلب در نظر می گیریم. به طوری که در بررسی حرکت روزانه زمین دوم این فرض، فرض درستی نیست اما تغییرات غیر صلب زمین در بازه ی زمانی اندازه گیری ما آنقدر کوچک است که می توان از آن صرف نظر کرد. چون اندازه گیری ما صلب در بازه زمانی کوتاهی انجام می گیرد.

میدان جاذبه خاصیت غیر صلب بودن آن

نتیجه این فرض: از تغییرات میدان جاذبه زمین ناشی از غیر صلب بودن زمین واقعی چشم پوشی می کنیم.

ما به این نتیجه رسیده بودیم که زمین هسته غیر صلب دارد و حرکت تکتونیکی تحت تأثیر این هسته غیر صلب انجام می گیرد. اما چون مدت زمان اندازه گیری کوتاه است این تغییرات تأثیر قابل ملاحظه ای روی اندازه گیری ما نمی گذارند.

- میدان جاذبه ی زمین را شعاعی فرض می کنیم. شعاعی فرض کردن میدان جاذبه زمین معادله است با اینکه اگر اثر جاذبه ی زمین را روی جسمی بررسی می کنیم که با آن خیلی فاصله دارد، تمام جرم جسم را متمرکز در مرکز آن در نظر می گیریم و اگر اثر آن را روی جسمی بررسی می کنیم که نزدیک آن است از ابعاد صرف نظر نمی کنیم و آن را کاملاً به صورت کره در نظر می گیریم و از تغییرات داخلیه صرف نظر می کنیم.

نتیجه این فرض: زمین را جسم کروی در نظر می گیریم به طوری که فقط از تغییرات شعاعی جرم یا داخلیه برخوردار است.

- ما به دنبال بررسی اثر میدان جاذبه ی زمین روی نقاطی هستیم که در سطح زمین قرار دارند و با به فاصله کمی از زمین واقع شده اند. زیرا اثر میدان جاذبه ی زمین روی سیستم هایی که دورتر از آن قرار دارند بسیار پیچیده است و لذا اثر آن را روی ماهواره ها بررسی نمی کنیم چون بسیار پیچیده است و با مباحث فیزیک بسیار پیشرفته می توانیم اثر آنها را بررسی کنیم.

براساس تأثیر میدان جاذبه هر دو جرمی که به فاصله ی r از یکدیگر قرار گیرند، نیروی به یکدیگر وارد می کنند که با پارامترهای زیر متناسب است.

$$F \propto \frac{Mm}{r^2}$$

ثابت تناسب G است که آن را به کمک آزمایش های بسیار دقیق به دست آورده اند.

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

PAPCO

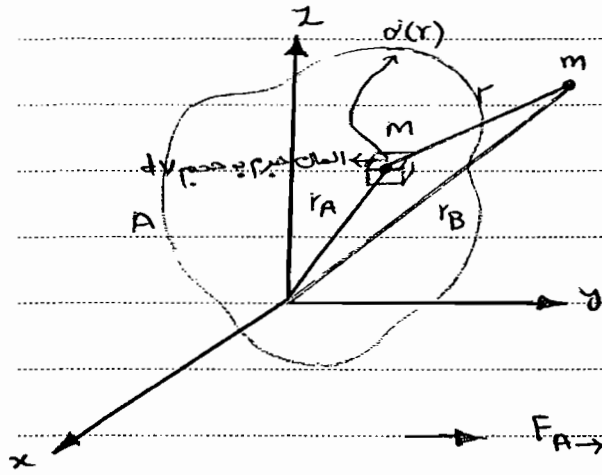
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\ddot{x}_1 = G\frac{m}{r^3}(x_2-x_1) \Rightarrow M\ddot{x}_1 = G\frac{mM}{r^3}(x_2-x_1)$$

$$\ddot{y}_1 = G\frac{m}{r^3}(y_2-y_1) \Rightarrow M\ddot{y}_1 = G\frac{mM}{r^3}(y_2-y_1) \Rightarrow F_{2\to1} = G\frac{Mm}{r^3}(r_2-r_1)$$

$$\ddot{z}_1 = G\frac{m}{r^3}(z_2-z_1) \Rightarrow M\ddot{z}_1 = G\frac{mM}{r^3}(z_2-z_1)$$



$$\underline{F}_{A\to B} = G\frac{Mm}{r^3}(\underline{r}_B - \underline{r}_A)$$ علامت باید منفی باشد

$$\underline{F}_{dB\to B} = G\frac{d(r)m\,dB}{r^3}(\underline{r}_B - \underline{r})$$

به تجربه نشان داده شده که اگر سیستم های مکانیکی متشکل از چند جرم باشد، نیروی کل که به آن سیستم وارد می شود برابر مجموع هر یک از نیروهایی است که جرم ها وارد می کنند.

$$\underline{F}_{A\to B} = \iiint \frac{G\,m\,d(r)\,dB}{r^3}(\underline{r}_B - \underline{r}) \qquad (1)$$

فرمول مشخصی برای دانسیته داشته باشیم.

از رابطه ی (1) را تنها وقتی می توان استفاده کرد که تابع مشخصی برای توزیع جرم درون زمین داشته باشیم تا بتوانیم نیروی مؤثر بر جرم m را محاسبه کنیم.

زمین نسبی به شدت نامتجانس است یعنی خصوصیات فیزیکی زمین از نقطه ای به نقطه ی دیگر کاملاً متغیر است. برای اینکه ذهنیتی از میزان نامتجانس بودن زمین پیدا کنیم خوب است بدانیم وقتی می خواهیم پروژه عمرانی را برای یک سد طراحی کنیم باید بدانیم پوسته ی زمین چه مقدار تقریباً بار دارد. بدین منظور چاه هایی (در یک منطقه خاص) حفاری می کنند که زمین را تا اعماق مختلف سوراخ کرده و نمونه برداری می کنند.

باید مشخصات ژئوتکنیک خاک را

آنقدر خصوصیات زمین نامتجانس است که هرچه ابعاد پروژه بیشتر باشد، چاه های بیشتری حفاری می شود. مهندسین ژئوتکنیک باید شکلهای از چاهها را طراحی کنند که با کمترین تعداد بیشترین تقریب از شکل زمین بدست آید. مثلاً اگر گفته شود ضریب سختی بیشتر از ۲ نیست، اما ممکن است ضریب سختی بعضی که نمونه برداری شده است بیشتر از ۲ باشد. بنابراین سازه نشست نامتجانس کرده و نیروی نشیمن و ترک هایی در آن ایجاد می شود.

بنابراین به مهندسین نقشه بردار گفته می شود که شکلهای از تماس کنترل را طراحی کنند که یک سری روی سازه و اطراف سازه باشد و نشست را اندازه گیری می کنند. مهندس سازه براساس تقریبی که از خصوصیات خاک زده است مقداری نشست را پیش بینی می کند که اگر نشست بیش از مقدار پیش بینی شده باشد مهندس سازه باید اشکال را برطرف کرده و سازه را تقویت کند.

بنابراین زمین بسیار نامتجانس است و چون فضا از گرانش است و صفت و خیم تری باشد. بنابراین در تقریب مرتبه اول ساده ترین مدل را جایگزین زمین می کنیم. سپس بر مبنای خروجی دوم مدلی را مفروض می کنیم که در آن تغییرات فقط شعاعی است.

Subject:

Year Month Date ( )

می دانیم بزرگی نیروی جاذبه در ابعاد زمین چه از ابعاد صرف نظر کنیم و چه نکنیم از رابطه‌ی $F=G\frac{Mm}{R^2}$ به دست می آید.

$GM = 3.986005\times10^{2}\ cm^3\ s^{-2}$

$R_{mean} = 6371.009\ km$

مقدار متوسط برای بزرگی نیروی جاذبه برای نقطه‌ای واقع در سطح زمین. $F = 982.022\ [cm\ s^{-2}]\ m$ (متوسط جهانی global mean)

این اولین نتیجه‌ای است که با کمک این فرضیات و تئوری جاذبه‌ی نیوتن در سیستم های اندازه گیری بسیم. از رابطه‌ی (1) چیزی بیشتر از این نمی توان استخراج کرد و مدل (1) فقط ارزش تئوری در میدان ثقل زمین و تأثیر سیستم های اندازه گیری بر آن دارد.

حرکت روزانه زمین منشأ ایجاد نیروی ظاهری در نقاط است که یا بر روی سطح زمین یا با سرعت کم در سطح زمین دستخوش حرکت می کنند. (همراه با زمین در حرکت روزانه‌ی آن شرکت می کنند.)

$$m\frac{d^2\underline{r}}{dt^2} = m\frac{d^{2*}\underline{r}}{dt^2} + m\underline{\omega}\times(\underline{\omega}\times\underline{r}) + \dots$$

$$\underline{f} = m\underline{\omega}\times(\underline{\omega}\times\underline{r})$$

سیستم های اندازه گیری تحت تأثیر این نیرو نیز هستند. بزرگی نیرو بر حسب جرم جسم، فاصله از محور دوران و سرعت دورانی قابل محاسبه است.

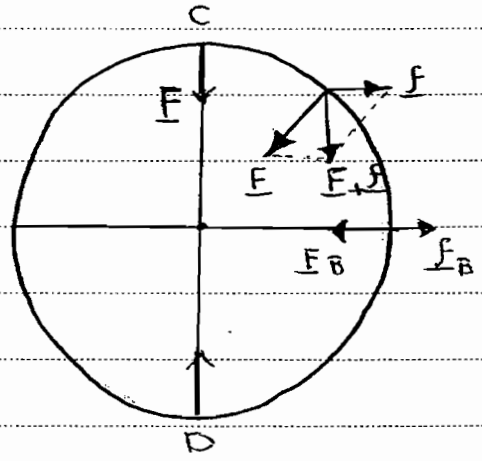
$f = m\rho\omega^2$ ρ: فاصله‌ی نقطه‌ی مورد نظر از محور دوران زمین

$P = 6371\ km$

$\omega = 72.92119\times10^{-6}\ Radian$

$f = 3.392\ (cm\ s^{-2})\ m$

$$\frac{f}{F} \simeq 0.35 \Rightarrow f = 0.35F$$



$$\underline{F}'_A = \underline{F}_A + \underline{f}_A$$

$$= \left[\iiint \frac{G\,\sigma(r)\,dB}{r^3} (r - r_A) + \underline{P}_A \omega^2 \right] m$$

اعمال نیروی ظاهری گریز از مرکز بر سیستم های اندازه گیری باعث کاهش بزرگی نیروی ثقل مؤثر از طرف زمین بر آنها در نقاط غیر از قطبین.

► gravitational Force — نیروی جاذبه — بدون اعمال نیروی گریز از مرکز ناشی از چرخش زمین صرف نظر کرده ایم

► gravity Force — نیروی ثقل — با اعمال نیروی گریز از مرکز

$$\underline{g}_A = \iiint \frac{G\,\sigma(r)\,dB}{r^3} (r - r_A) + \underline{P}_A \omega^2$$ شتاب ثقل

نمی توان به کمک فرمول های ریاضی بزرگی شتاب ثقل را محاسبه کرد.

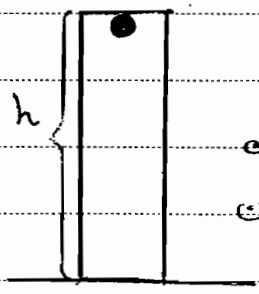
در مکان های مختلف زمین هم اندازه شتاب ثقل متفاوت است و هم جهت آن.

چاره ای نداریم جز اینکه بزرگی شتاب ثقل را در حالات مختلف اندازه گیری کنیم.

سیستم های اندازه گیری شتاب ثقل یا نیروی ثقل به دو دسته تقسیم می شوند.

۱) دستگاههای ثقل سنج مطلق.

۲) دستگاههای ثقل سنج نسبی.



► سیستم های مطلق.

این سیستم ها از لوله ای تشکیل شده که هوا داخل آن نیست. ارتفاع آن با دقت بسیار زیادی معلوم است و جسمی درون آن وجود دارد که اندازه ی آن با دقت زیادی مشخص است.

$h = \frac{1}{2} g t^2$

Subject:

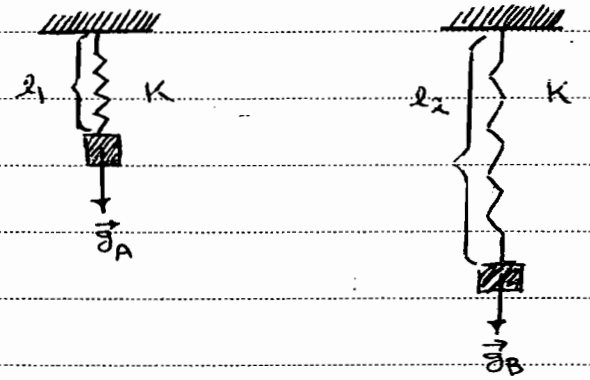
Year. Month. Date. ( )

با اندازه‌گیری زمان رسیدن جرم به انتهای لوله g با دقت بسیاری مشخص می‌شود.

تکنولوژی ساخت چنین دستگاه‌هایی بسیار پیشرفته است.

◄ سیستم‌های دینامیکی

K ، l_1 ، l_2 و $\vec{g}_A$ با دقت بسیاری معلوم است با اندازه‌گیری Δl ، Δg به دست خواهد آمد.



از چنین دستگاه‌هایی ، سازمان نقشه برداری ۲ تعداد از مدل CG-3M سازمان نقشه برداری دارد.

با دقت $|MGal|$ مقدار آن را اندازه‌گیری می‌کند.

تغییرات ارتفاعی شتاب ثقل زیاد است اما مسطحاتی آن خیلی زیاد نیست. BGI TBGG

نقاط برای اندازه‌گیری ثقل را نمی‌توان در منطقه‌ای خاص محدود کرد. زیرا اهمیت ثقل در ایران با اروپا متفاوت است. با این نقاط در همه جای دنیا برود و اطلاعات مزمان از همه جا جمع شده و پردازش شود.

سیستم‌های ماهواره‌ای می‌توانند مقدار نیروی ثقل را در هر جای کره‌ی زمین به ما برهند.

↑

اندازه‌گیری‌هایی که در سرتاسر دنیا انجام می‌شود نشان می‌دهد شتاب ثقل از سه دسته از تغییرات برخوردار است.

I. تغییرات ارتفاعی.

II. منشرد گن زمین در قطبین و برآمدگی در استوا.

III. تغییرات ناشی از توزیع نامتقارن جرم در درون زمین.

معادن یکی از نشانه‌های توزیع نامتقارن جرم درون زمین هستند.

PdPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

بنابراین انداره گیری شتاب ثقل یکی از راههایی است که می توان به وسیله‌ی آنها امکان معادن را شناخت.
معادن متشکل هستند از کانی هایی که دانسیته آنها با هم متفاوت است. با استفاده از ماهواره ها می توان
ذخیره آب را نیز تخمین زد. تکنیک های جاذبه‌سنجی ماهواره ای کمک می کنند تا اطلاعات به دست بیاوریم.

واحد اندازه گیری شتاب ثقل:

$1 cm/s^2 = 1 GAL$

با دقت 10^{-8} یعنی 1MGAL می توان شتاب ثقل را اندازه گیری کرد.

بزرگی شتاب جاذبه‌ای که زمین بر یک نقطه وارد می کند از رابطه‌ی $g = G\frac{M}{r^2}$ به دست می آید.

$$\frac{dg}{dr} = -2\frac{GM}{r3}$$

$$dg = -2\frac{GM}{r3}dr$$

با تقریب $dH \simeq dr$ گیر زمین را کاملاً کره در نظر گیریم.

$$dg \doteq -2\frac{GM}{r^3}dH$$

$$dg \doteq -0.308\left(\frac{m\,GAl}{m}\right)dH \quad (2)$$

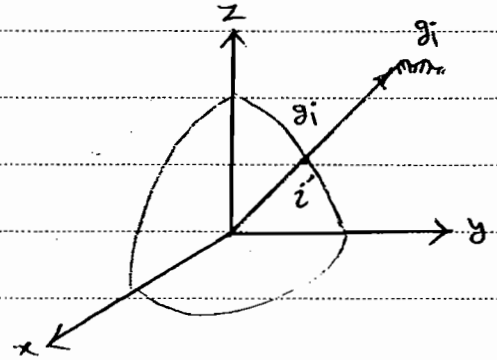
تصحیح هوای آزاد

Free Air Correction

نیروی جاذبه را ازای هر 2km یک درصد کاهش پیدا می کند.

رابطه‌ی بالا نشان می دهد که با چه شتاب ثقل در نقطه‌ای مرتفع این شتاب

ثقل در سطح زمین نیز رسم کنیم در راستای خطی که نقطه را به مرکز زمین وصل می کند، شتاب ثقل را ایده‌آل کرده و تصحیح را اعمال
می کنیم. (شتاب ثقل در نقطه‌ای مرتفع ـــ شتاب ثقل در سطح زمین) -0.308 ضرب کنیم تصحیح شتاب ثقل
اگر بخواهیم ارتفاع را در نقطه‌ای مرتفع پیدا کنیم ابتدا آن را در عدد
پیدا می شود که می توانیم آن را اعمال کنیم.



PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اگر بخواهیم مورد سوم را به طور دقیق بدانیم، باید مورد اول و دوم را با دقت تقریب بزنیم.

بنابراین مشکل ژئودزی را پیدا می کنیم که با تقریب کامل متوالی تخمین بزنیم که زمین در قطبین فشرده و در استوا برآمده است.

بهترین مشکل یک بیضوی دورانی است.

بیضوی دومحوری

بیضوی دورانی مولد یک میدان ثقل است که به میدان ثقل نرمال معروف است.

بزرگی میدان ثقل نرمال

$$\gamma = 980.642\,(1 - 0.0026.44\cos 2\phi) + 0.0000007\cos^2 2\phi - 0.3086h$$

$$- 0.0001h\cos 2\phi + 7.1\times10^{-8}h^2)\ GAL$$

با استفاده از مشکل های ژئودزی ابعاد این بیضوی را معین کردند، از تغییرات دانسیته صرف نظر کردند و تمام جرم بیضوی را متمرکز در مرکز آن در نظر گرفتند، ضمن آنکه فرض کردند با سرعت برابر سرعت زمین در حال دوران است.

اگر بخواهیم اثر فشردگی را در نظر بگیریم h باید صفر باشد.

شتاب ثقل اندازه گیری شده

$$\Delta g = g - (\gamma + d\gamma)$$

- g: اثر جاذبه و دفع وگریزگی پیدا نشده است.
- γ: اثر فشردگی
- $d\gamma$: اثر ارتفاع برداشت شده

به وسیله هرکدام از مدل ها که شتاب ثقل را تصحیح می کنیم همان نام را روی آنومالی ثقل می گذاریم مثلاً آنومالی ثقل هوای آزاد.

در مقیاس محلی عوامل تأثیر گذار روی ثقل خیلی خیلی متنوع تر مثلاً اثر جزر و مد.

مشکلی که در استفاده از توابع نیوتن داشتیم این بود که می بایست توزیع جرم را در زمین داشته باشیم. یکی از مشکلات بررسی میدان زمین این است که این میدان یک میدان برداری است. پس ممکن برای مطالعه ی میدان ثقل هم باید ابزاری برای ثقل و هم تغییرات جهت آن را بررسی کنیم.

برای گروهی از میدانهای برداری همواره می توان میدان اسکالری پیدا کرد که با آن در ارتباط است.

در قضیه ثابت می شود که برای آن دسته از میدانهای برداری (مثلاً میدان برداری $\underline{v}(x)$) که در رابطه ی زیر صدق می کنند:

$$\oint \underline{v}(x)\cdot d\underline{r} = 0$$

تابع اسکالری مانند v می توان یافت به طوری که:

$$\underline{v}(x) = \nabla v = \text{gradium } v$$

به میدان برداری از این نوع میدان بی دورانی (Irrotation) گفته می شود.

میدان ثقل نیز از این ویژگی برخوردار است.

از آنجا که کار نیروی ثقل در یک مسیر بسته برابر صفر است میدان برداری نیروی ثقل نیز یک میدان بی‌دوران است.

نیروی ثقل یا شتاب ثقل با یک ضریب مقیاس (m) در ارتباط است. با توجه به اینکه نیروی ثقل و شتاب ثقل تنها با یکدیگر تفاوت مقیاس دارند (جرم جسم ضریب مقیاس بین این دو کمیت است) میدان برداری شتاب ثقل هم یک میدان بی‌دوران است.

$$\underline{g} = \nabla w$$

تابع اسکالر w در رابطه‌ی فوق را اصطلاحاً "پتانسیل ثقل" (gravity potential) می‌نامند.

به جای بررسی این میدان برداری، میدان اسکالر را بررسی می‌کنیم.

گفتیم شتاب ثقل چیزی جز جمع شتاب جاذبه و گریز از مرکز نیست.

$$\underline{g} = \underline{g}_g + \underline{g}_c$$

گرادیان یک اپراتور خطی به شکل روبرو می‌باشد.

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

$\hat{k}$ و $\hat{j}$ و $\hat{i}$ بردارهای یابه سیستم مختصات هستند.

$$\underline{w} = \underline{w}_g + \underline{w}_c$$

پتانسیل گریز از مرکز ← پتانسیل جاذبه

$$w_g = G\iiint \frac{\rho(r)\, dv}{|r - r_B|} \qquad (1)$$

$$w_c = \frac{1}{2}\rho_B^2 w^2 \qquad (2)$$

و با فرض کشاعی بودن میدان جاذبه‌ی زمین:

$$w_g = G\frac{M}{r} \qquad (3)$$

اگر از رابطه‌ی (3) گرادیان بگیریم، بما g_g را می‌دهد.

برای بررسی میدان برداری شتاب ثقل به کمک میدان اسکالر پتانسیل ثقل از کمیت‌های هندسی زیر استفاده می‌کنیم.

۱) سطوح هم پتانسیل ۲) خطوط نیروی هم پتانسیل یا خطوط شاخص ثقلی

یکی از اهداف ما در نقشه برداری و ژئودزی شناخت میدان ثقل هندسی زمین است. باید کمیت‌هایی را انتخاب کنیم که خصوصیات هندسی میدان ثقل را راحت‌تر به ما می‌دهد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اگر بنابست سیستم های ماهواره ای طراحی کنیم باید دقیقاً ویژگی هندسی میدان ثقل را در ارتفاعی که قرار دارد بدانیم

اگر ویژگی هندسی را بدانیم می توانیم تغییر هندسی را به خوبی پیش بینی کنیم بنابراین کمیت هایی را انتخاب می کنیم

که مشخصات هندسی میدان ثقل را راحت تر به ما می دهد. این کمیت ها همان سطوح هم پتانسیل یا خطوط نیروی هم

پتانسیل یا خطوط شاخولی هستند.

طبق تعریف سطوح هم پتانسیل خانواده ای از سطوح هندسی هستند که به ازای مقادیر ثابت مختلف از رابطه ی

$W = cte$ به دست می آید. در یک میدان جاذبه ی شعاعی

$$wg = G_e \frac{M}{r} = C$$

اگر به ازای مقادیر مختلف C بخواهیم سطوح هم پتانسیل تشکیل دهیم:

$$r = \frac{GM}{C} \Rightarrow r^2 = \frac{G^2 M^2}{C^2}$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (x-x_0)^2 = \frac{G^2 M^2}{C^2}$$

به ازای مقادیر مختلف C کره های متفاوت پیدا می کنیم.

توجه به این نکته ضروری است که هیچ دو سطح هم پتانسیل یکدیگر را قطع نمی کنند. بزرگی اختلاف کره ثابت و برابر با عکس شعاع آن است بنابراین اختلاف

سطوح کمتر می کند. اختلاف ثابت باعث می شود خطوط نیرو خطوط صاف باشند (خطوط نیرو همواره بر سطح عمود هستند)

خطوط نیرو خطوطی هستند که بر سطوح هم پتانسیل عمودند.

در یک میدان جاذبه ی شعاعی سطوح هم پتانسیل کره های متحدالمرکز خطوط نیرو خطوطی مستقیم می باشند که

در هر نقطه بر این سطح عمود باشد.

اما تغییرات جاذبه داشته زمین و متفاوت بودن شعاع در قطبین و استوا سبب می شود سطوح هم پتانسیل زمین

کره های متحدالمرکز نباشند.

عوامل انحراف میدان جاذبه ی زمین از یک میدان شعاعی سبب می شود اختلاف سطوح هم پتانسیل ثابت باقی نماند.

مؤثرترم

P4PCO

هرچه تفسیرات تجاذبی واسنجیده بیشتر و یا به عمق نزدیکتر باشد، تفسیرات ما بیشتر است. بنابراین خطوط پیرو نیز نمی توانند خطوط صاف باشند و باید پیچ و تاب بزرگتر تا بر سطح عمود باشند. بنابراین:

خطوط نیروی پتانسیل خطوط پیچیده و انحنا هستند (خطوط صاف نیستند)

بزرگی شتاب ثقل برابر است با:

$$g = \nabla W$$

$$g = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial \phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial h}\right)^2}$$

کوچک بودن تغییرات یا گرادیان مسطحاتی شتاب ثقل باعث می شود

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda} \simeq \frac{\partial W}{\partial \phi} \simeq 0$$

و می توان نوشت:

$$g \doteq -\frac{\partial W}{\partial h} \qquad (4)$$

رابطه ی ۴ اطلاعات در مورد ارتباط g و W به ما می دهد.

در قطبین نیروی گریز از مرکز صفر شده و در استوا ماکزیمم می شود. نیروی ثقل یا شتاب ثقل در استوا ماکزیمم است.

در مناطقی که شتاب ثقل بزرگتر است سطوح هم پتانسیل فشرده تر تر... سطوح هم پتانسیل از ویژگی های دیگری نیز برخوردار است مثلاً:

* سایر ویژگی های سطوح هم پتانسیل:

- سطوح هم پتانسیل یکدیگر را قطع نمی کنند.
- اختلاف سطوح هم پتانسیل ثقل زمین ثابت نیست.
- و ...

یکی از سطوح هم پتانسیل وجود دارد که برای ما متخصصین ژئوفیزیک اهمیت فوق العاده ای دارد که به آن ژئوئید می گویند.

وقتی تراز یابی می کنیم در واقع فاصله ی بین سطوح هم پتانسیل را اندازه گیری می کنیم. اختلاف ارتفاع را با بر نسبت به سطح ممیت سنجیم (هنگامی که اندازه گیریها در مقیاس بزرگ است). بنابراین یکی از سطوح هم پتانسیل را به عنوان مبدأ در نظر می گیریم. ژئوئید یکی از سطوح هم پتانسیل است.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

● ژئوئید (Geoid) : سطح هم پتانسیلی از میدان ثقل زمین است که به بهترین نحو ممکن بر سطح آب دریاهای آزاد منطبق است.

برای زمین فرضی که کاملاً از آب تشکیل شده است این اندازه گیری را انجام می دهیم.

با توجه به اینکه $\frac{2}{3}$ سطح زمین را دریاهای آزاد تشکیل می دهند بهترین سطحی که می توان به عنوان مبدأ انتخاب کرد و اندازه گیری ها بر مبنای آن صورت گیرد ژئوئید است.

بنابراین باید ارتفاع لحظه ای آبهای آزاد را اندازه گیری کنیم و با استفاده از آن به یک برآورد یا تخمین کلی از این اندازه گیری برسیم.

همانطور که صفحه ی n داده ی $h_1, h_2, \dots, h_n$ را داریم بهترین مقدار برای آنها میانگین می باشد که برابر $\bar{h} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} h_i$ است.

برای اینکه بتوانیم ژئوئید را به بهترین صورت تعریف کنیم ابتدا سطح لحظه ای دریاهای آزاد را اندازه می گیریم و سپس میانگین آن را محاسبه می کنیم البته پدیده های بسیاری در سطح لحظه ای دریاهای آزاد دخالت دارند و با یک میانگین گیری ساده نمی توان به ژئوئید رسید.

علاوه بر تغییراتی که منشأ جاذبی دارند تغییرات دیگری نیز وجود دارد مثلاً میزان شوری یا مقدار املاح در آبهای مختلف متفاوت است.

برای اینکه عوامل مؤثر بر سطح دریاهای آزاد را اندازه گیریم ابتدا باید میانگین گرفته و سپس اثر عوامل مختلف را اندازه گیری کنیم. این عوامل سبب می شوند که: سطح متوسط آب دریاهای آزاد دقیقاً منطبق بر سطح هم پتانسیل نبوده و ما نتوانیم توپوگرافی دارای قلّه و تپه باشد.

بنابراین در اولین قدم اینطور به نظر می آید که باید سطح لحظه ای آب دریاهای آزاد را اندازه گیری کنیم.

اندازه گیری سطح دریاهای آزاد به وسیله tidegauge ها انجام می شود.

بدین منظور میر را طوری در ساحل قرار می دهیم که صفر آن خشک نشود (یعنی آب از صفر پایین تر نرود) سپس عددی را در ساحل قرار می دهیم طوری که سطح آب را در هر لحظه یادداشت کند.

این ابتدایی ترین ابزار tide pole است. حسنی که دارد بسیار کم ارزان است اما عیب هایی که دارد یکی این است که ابزار کار چون در معرض آب و مرطوبت قرار دارد سریع مستهلک می شود. همچنین عامل اندازه گیری پس از مدتی می تواند رابطه ای بین اندازه گیری ها پیدا کند (مثلاً بین اندازه ی قرص ماه و سطح آب) و یا عمداً عددسازی کرده و یا سهواً اشتباه کند. همچنین باید عدد میر را در ارتفاع را قرائت کنیم

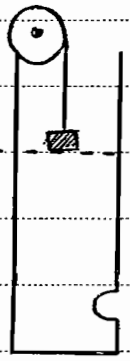
معایب اولیه یا این ابزار انجام می شود.

PAPCO

ا، ممکن است عامل به دلیل بی حوصلگی این کار را انجام نرصد و به طور مایل قرائت کند.

به این نتیجه می رسیم که خطاکش درج باید با یک عامل اتوماتیک اندازه گیری شود.

بدین منظور دستگاه دیگری ساخته شده است که اساس کارش بر اساس ماکزیمم پاسکال (ظروف مرتبط) است.



این دستگاه شکلی دارد که به وسیله ی آن با آبهای آزاد مرتبط است سطح آب آن با سطح آب بیرون یکسان می شود. شناوری که به یک قرقره متصل است همواره مماس بر سطح آب است و از طریق نخ با قرقره حرکت می کند. حرکت شناور به قرقره منتقل شده و این حرکت به عدد تبدیل می شود.

کلیه ی سطح آب دریا به حرکات قرقره و حرکات قرقره به عدد و رقم تبدیل می شود.

همچنین دستگاه های مکانیکی نیز برای این منظور ساخته شده اند که در آنها یک رول از کاغذهای مخصوص وجود دارد که با قرچه به سطح آب روی آنها خط کشیده می شود.

در سیستم های اتوماتیک data loger داریم که در آنها حرکات قرقره تبدیل به data می شود.

در بعضی سیستم ها data را به صورت Online برای ما مخابره می کنند.

مدل های جدیدتر امروزی متشکل از سنسورهایی هستند که امواج صوتی را به سمت آب می فرستند و با تردد به آن فاصله را اندازه گیری می کنند. این دستگاه ها از دستگاه قبلی بهتر چون احتیاج به کالیبراسیون ندارند.

شکل ای از tide gage ها توسط سازمان نقشه برداری جمع آوری شده است.

همچنین ای از tide gage ها توسط سازمان نقشه برداری جمع آوری شده است.

به هر حال اندازه گیری میانگین ساده نمی تواند سطح ژئوئید را به ما بدهد.

تأثیر نیروی جاذبه سماوی باعث می شود سطح دریاهای آزاد از سطح هم پتانسیل فاصله بگیرد. هم چنین شوری آب، امواج درون آن، دمای آب و ... نیز باعث تغییر سطح آب می شوند.

روشهای دیگری نیز وجود دارد مبتنی بر اندازه گیری شتاب ثقل در سطح زمین و استفاده از آنها به عنوان مقادیر مرزی برای تعیین ژئوئید.

زیرا می توان مسأله ی ژئوئید را با معادله ی دیفرانسیل مدل کرد و با شرایط مرزی به سطح هم پتانسیل رسید.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

از آنجایی که بیشتر دوربرد سطح زمین را آبها تشکیل می دهند، نمی توان روی آنها انواره گیری انجام داد حتی روی خشکی ها نیز نمی توان به راحتی نیروی ثقل را انواره گرفت. زیرا دستگاههای جزر و مدو سایر دستگاهها بسیار حساس هستند و حمل و نقل دستگاههای ثقل سنج بایر در بهترین حالت صورت گیرد و نمی توان خیلی راحت آنها را جابجا کرد. بنابراین با کمبود داده مواجه می شویم مگر آنکه تکنیک های انواره گیری را متحول کنیم.

روشهای ثقل سنجی هوابرد نیز وجود دارند. یعنی انواره گیری ثقل را با هلیکوپترهای بسیار سبک در ارتفاع انجام می دهند. همین سیستم روی ماهواره ها نیز قابل پیاده سازی است. مشکلی که در این مورد وجود دارد اینست که انواره گیری شتاب ثقل در ارتفاع خرد ماهواره ها صورت می گیرد. این امر ایجاد مشکل می کند زیرا آن دسته از تغییرات میدان ثقل زمین که انواژه کوچک دارند در ارتفاع پرواز هواپیما یا ماهواره ای محسوس نیستند. بنابراین ماهواره ها نمی توانند با دقت کافی ژئوئید را انواره گیری کنند. اصطلاحاً گفته می شود ماهواره ها طول موج های بلند ژئوئید را به ما می دهند اما طول موج های کوتاه در حین data های قابل کسب نیستند مثلاً تغییرات جابجایی کوه (اما تغییراتی که ناشی از تغییرات کوچک میدان ثقل در حین مناطق هستند، (مثلاً تغییرات داخل یک منطقه معین) عامل مولد میدان ثقل نرمال بیضوی نرمال است و به بهترین شکل بر میدان ثقل زمین fit می شوند. تمام جرم زمین داخل بیضوی متمرکز می شود. شتاب ثقل آن را شتاب ثقل نرمال می گویند که البته آن هم غیر دقیق است.

اما یک تابع پتانسیل می توان پیدا کرد که:

$\gamma = \nabla U$ ← پتانسیل ثقل نرمال

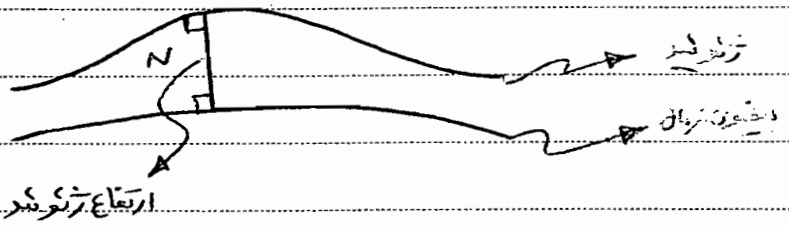
طبیعتاً سطح بیضوی یکی از سطوح هم پتانسیل این چنینی است. یعنی:

دارای پتانسیل ثقل مشخصی است.

بیضوی هم پتانسیل ≡ بیضوی نرمال (مولد میدان ثقل)

بیضوی نرمال دارای پتانسیل ثقل مشخصی است که به آن بیضوی هم پتانسیل هم گفته می شود.

حاصلی عمود بین ژئوئید و بیضوی نرمال را ارتفاع ژئوئید نامیده و با N نشان می دهند.



با داشتن ارتفاع بیضوی نرمال و ارتفاع ژئوئید می توان اختلاف آنها را به دست آورد. استفاده از بیضوی ها یکی از راههای محاسبه ژئوئید است. چون $\frac{2}{3}$ سطح زمین را آب دریاهای آزاد تشکیل می دهد ژئوئید تقریب

Subject:

Year. Month. Date. ( )

ضرب از یکدیگر مین است بنابراین خود ژئوئید را نیز می توان با یک بیضوی دو محوره تقریب زد.

وقتی می خواهیم ژئوئید را با بیضوی دو محوره مقایسه کنیم و تقریب بزنیم مرکز ژئوئید باید منطبق بر مرکز جرم زمین باشد، به این بیضوی، بیضوی ژئوسانتریک گفته می شود.

اما در عمل این لزومی ندارد مرکز بیضوی دو محوره بر مرکز زمین منطبق باشد. باید با شیفت بیضوی و کنیس a و b آن را طوری تغییر دهیم که به بهترین نحو بر ژئوئید در آن منطقه منطبق باشد. به این بیضوی، بیضوی غیر ژئوسنتریک یا توپوسنتریک (غیر ژئوسانتریک) گفته می شود.

بیضوی ژئوسانتریک بیضوی دو محوره ژئوسنتریک است که در محاسبه‌ی ژئوئید در مقیاس جهانی مورد استفاده قرار می گیرد.

بیضوی توپوسنتریک بیضوی دو محوره‌ای است که مرکز آن منطبق بر مرکز ثقل زمین نیست و برای محاسبه‌ی ژئوئید در مقیاس منطقه‌ای مثلاً برای محدوده‌ی ایران مورد استفاده قرار می گیرد.

ارتفاع ژئوئید
- ارتفاع مطلق ژئوئید ← ارتفاع نسبت به بیضوی ژئوسانتریک سنجیده می شود.
- ارتفاع نسبی ژئوئید ← ارتفاع نسبت به بیضوی توپوسنتریک سنجیده می شود.

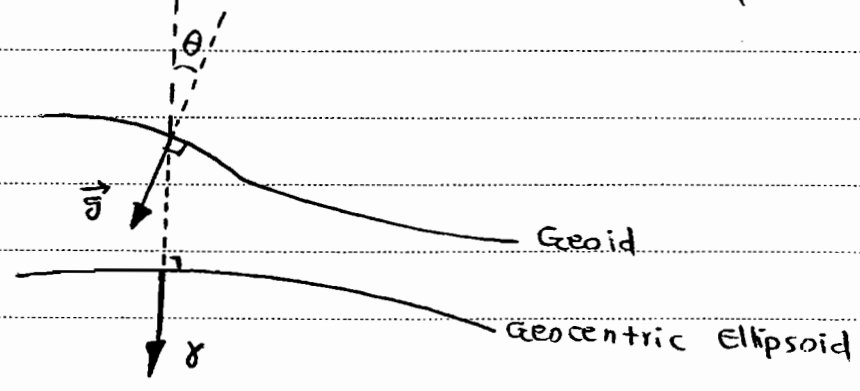
اگر بتوانیم اثر تفاضل را از بیضوی حذف کنیم چیزی که می ماند تغییرات دانسیته است بنابراین می توان منابع را کشف کرد.

ناویه‌ای که بین امتداد شتاب ثقل نرمال و بردار شتاب ثقل در یک نقطه تشکیل می شود، ناویه انحراف قائم نام دارد.

شتاب ثقل نرمال توسط بیضوی نرمال ایجاد می شود.

شتاب ثقل بردار میدان برداری است که توسط زمین واقعی تشکیل می شود.

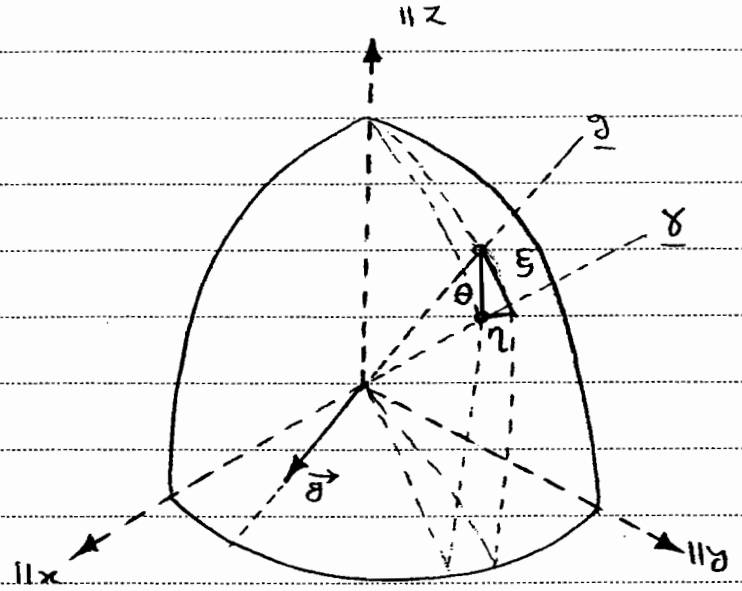
امتداد این دو در مفنا بر هم منطبق نیست.



PqPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

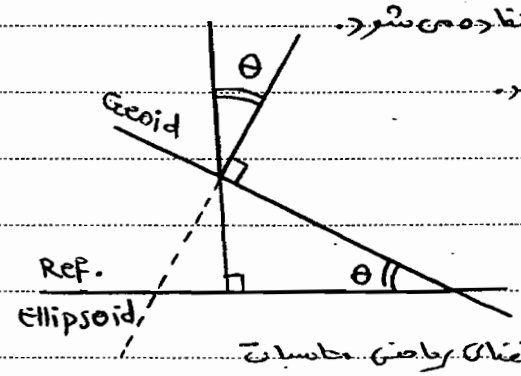


ξ مؤلفه‌ی نصف‌النهاری

η مؤلفه‌ی موازی

برای راستهٔ شیب ژئوئید نسبت به بیضوی مرجع از θ استفاده می‌شود.

بزرگترین مقدار θ در مرتفع‌ترین نقطه به ۲۰ ثانیه کمان می‌رسد.



یکی از کارهای مؤلفه‌ی قائم این است که به کمک آن می‌توانیم ژئوئید را محاسبه کنیم.

لازمه‌ی تبدیل اندازه‌گیری‌ها از فضای واقعی اندازه‌گیری به فضای ریاضی محاسبات شناخت مؤلفه‌های ξ و η است.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

فصل هفتم: شکل و اندازه‌ی زمین

— چرا در ژئودزی تعیین شکل و اندازه زمین حائز اهمیت است؟

— با روش های مختلف تعیین شکل و اندازه‌ی زمین آشنا خواهیم شد که به ۴ دسته قابل تفکیک هستند:

— استفاده از سطح فیزیکی زمین برای تعیین شکل آن

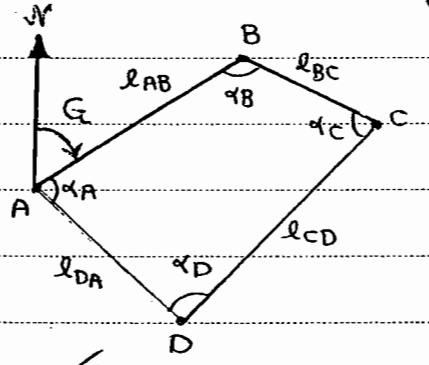
— استفاده از ژئوئید

— استفاده از بیضوی

— استفاده از اسفرویدها (spheroids)

گرچه به های اولیه نقشه برداری را مرور کنیم خواهیم دید موضوع شکل زمین خیلی مهم است و با فعالیت هایی که انجام می دهیم ارتباط بسیار نزدیک دارد.

مثلاً برای تعیین شکل زمین در منطقه‌ای کوچک ابتدا حجره‌ای از نقاط را که به هم دید دارند تعیین می کنیم. زیرا بعدها هنگامی که می خواهیم شکل زمین را تعیین کنیم، به آنها احتیاج داریم.



$$x_B = x_A + l_{AB} \sin G_{AB}$$

$$y_B = y_A + l_{AB} \cos G_{AB}$$

آنچه که اتفاق افتاده، اینست که اندازه گیری ها را در شرایط واقعی انجام دادیم و بعد برای آنکه مجهولات را بدست بیاوریم، واقعیات را به مدل ریاضی تبدیل کردیم.

این فرآیند شامل انجام اندازه گیری ها در شرایط واقعی و بعد بیان مدل های ریاضی برای رسیدن به پارامترهای مجهول می باشد.

تمام این روابط به شرطی درست هستند که ابعاد منطقه کوچک باشد؛ به عبارت دیگر این روابط در شرایطی صادق هستند که با یک صفحه روبرو باشیم. بیان ریاضی که از شرایط واقعی استفاده کردیم، تقریب صفحه‌ای شکل زمین است و مدل ریاضی بر این فرض تولید شده است.

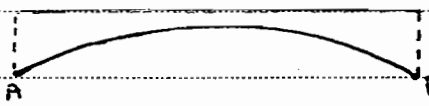
وقتی ابعاد بزرگ است دیگر جایگزین کردن آن با یک صفحه تقریب مناسبی نیست. هرچه ابعاد بیشتر باشد، صفحه در

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نظر گرفتن زمین سبب خطای بیشتری خواهد شد.

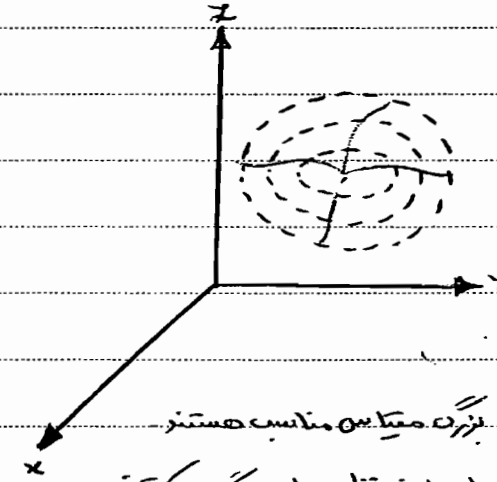
وقتی در ابعاد بزرگ کار می‌کنیم باید ابعاد هندسی دقیق‌تری بیدا کنیم.



مگدامی که به مدل ریاضی رسیدیم در مقدم بعد باید بر اساس همین صحبت‌ها هندسی این سطح روابط انتقال مختصات را پیدا کنیم تا مختصات را به نقاط دیگر انتقال دهیم. اینکه روابط ریاضی را روی مدل معین انتقال دهیم موضوع درس ژئودزی II است. در آنجا خواهیم دید مناسب‌ترین شکل هندسی برای تقریب شکل زمین یک بیضوی دوره‌محوره است. زیرا از چها روشن‌تر بیان شد، تنها همین روش است که محاسبات آن از مزایایش کمتر است. بنابراین جایگزین کردن بیضوی دوره‌محوره به جای زمین بهترین روش است.

اولین پیشنهاد استفاده از سطح غیرکن زمین است.

سطح زمین را برای بیست و بلندی و ناهمواریهای بسیار است. به نحوی می‌توان از سطح توپوگرافی زمین برای تعیین شکل آن استفاده کرد. در ریاضیات برای آنکه رویه را تعیین کنیم، تعدادی نقاط با مختصات معلوم روی رویه تعیین کرده و چند منحنی تراز رسم می‌کنیم. (با استفاده از درونیابی)



در نقشه برداری یکی از روشها برای تعیین شکل زمین همین است.

بنابراین دقیق نقشه‌های توپوگرافی یکی از روشهای موجود برای تعیین شکل و اندازه زمین است.

نقشه‌ها به دو صورت کوچک مقیاس و بزرگ مقیاس تقسیم می‌شوند. نقشه‌های کوچک مقیاس عموماً برای طرح‌های کلان مورد استفاده قرار می‌گیرند. اما برای برنامه‌ریزی‌های خرد، نقشه‌های بزرگ مقیاس مناسب هستند. نقشه‌های توپوگرافی تغییر شکل زمین را نشان می‌دهند. نقاط پیمایش را برای این منظور جایی می‌گیریم که تغییر ایجاد شده است چون می‌خواهیم بین نقاط نکبیر شده منحنی تراز رسم کنیم.

اشکال این روش اینست که نمایش شکل زمین در آن پیوسته نیست و به صورت گسسته است و نقشه‌های اینگونه در ضلع جاها پاسخگوی نیازها نیستند.

ما نیاز به یک فرمول تحلیلی در نمایش شکل زمین داریم. در غیر اینصورت نمی‌توان روابط انتقال مختصات را در آن استفاده کرد. سطح زمین با توپوگرافی خام‌وارش بسیار بسیار پیچیده است. اگر هم با این نقاط نامنظم سطح منحنی را Fit کنیم و به نمایش از آن بر رسم، بیش از حد پیچیده است و به سرعت از منطقه‌ای به منطقه‌ی دیگر تغییر می‌کند. بنابراین نمی‌توان فرمولی یافت که هم در نقاط مرتفع و هم نقاط پست صادق باشد. حتی اگر هم بشود

Subject:

Year. Month. Date. ( )

پیچیدگی بیشتر از حد آن در محدوده سیستم های اندازه گیری ماشینی.

* مزایای این روش

- دقت بالای این روش در تعیین شکل زمین

* معایب این روش

- این روش به نمایش گسسته از شکل زمین منتهی می شود.

- حتی چنانچه نمایش گسسته مذکور به فرم تحلیلی از شکل زمین منتهی شود (از طریق برازش سطوح مختلف به نقاط) این فرم تحلیلی از پیچیدگی های بسیار زیادی برخوردار خواهد بود. به طوری که مثلاً ترسیم روابط مربوط به انتقال مختصات را غیر ممکن کرده و یا بسیار پیچیده می کند.

- دقت سیستم های اندازه گیری فعلی در تهیه شبکه برداری ژئودزی در حد دقت تعیین مدل ریاضی پیچیده ای نخواهد بود.

- در شبکه های ارتفاعی و مسطحاتی مبناهای مختلفی در نظر گرفته می شود. مثلاً در ترازیابی ما ارتفاع را نسبت به ژئوئید اندازه می گیریم اما ما موارد ارتفاع را نسبت به بیضوی مرجع ارائه می دهیم.

شبکه هایی که برای تولید نقشه استفاده می شوند برای نمایش شکل زمین یا توجه به ابعاد آن طبقه بندی می شوند. در این روش تعیین شکل زمین شبکه های ژئودزی بر مبنای ابعاد آنها تقسیم می شوند به:

- محلی Local
- منطقه ای Regional
- جهانی Global

شبکه های ژئودزی محلی (Local) در منطقه ای حداکثر به ابعاد چند ده هکتار مورد استفاده قرار می گیرد.
شبکه های ژئودزی منطقه ای (Regional) در مناطق کشوری مورد استفاده قرار می گیرند. از هر کشور بر شبکه های ژئودزی سراسری (برای تعیین موقعیت مسطحاتی نقاط) و شبکه های ترازیابی سراسری (برای تعیین ارتفاع نقاط) طراحی می شود. سازمانهای متولی تهیه شبکه برداری در کشورهای مختلف مسئولیت ترسیم و تعیین شبکه های منطقه ای را دارند.

شبکه های ژئودزی جهانی (Global) برای تعیین مرز دو کشور استفاده می شوند. رسیدن به یک مختصات واحد

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کم میله های مرزی دو کشور را تعیین کند نیاز مند شبکه ژئودزی در مقیاس جهان (یا منطقه ای) خواهد بود. پدیده ای که حسابهای جاذبه و مالن زیادی دارد. مثلاً حرکات تکتونیکی زمین نیز، با توجه به اینکه عامل ایجاد کننده ی آن جهان است لازم است شبکه جهانی داشته باشیم.

شبکه های ژئودزی با توجه به دقت آنها به ۳ دسته ی زیر تقسیم می شوند.

برمبنای دقت
- شبکه های ژئودزی درجه I
- شبکه های ژئودزی درجه II
- شبکه های ژئودزی درجه III

دقت بیشتر ↑

فاصله نقاط شبکه بیشتر ↑

هرچه تعیین موقعیت نقاط با دقت بیشتری باشد، هزینه بیشتر و به طور جلیس حاصل بین نقاط کمتر خواهد شد.

نقاط درجه I، حاصل ی بسیار زیادی از یکدیگر دارند، مثلاً اگر یک شبکه ژئودزی درجه I برای کشور طراحی کنیم ۲۰ تا ۲۵ نقطه بیشتر برای آن نخواهیم داشت.

بنابراین با تجهیزات کم دقت تر و ارزان تر نقاط شبکه های ژئودزی درجه I را تجهیز می کنند و به شبکه ژئودزی درجه II می رسند.

در برخی پروژه ها مانند پروژه های کادastر شهری، بین نقاط شبکه های ژئودزی درجه II نقاطی با دقت کمتر طراحی می کنند که به آن شبکه ژئودزی درجه III گفته می شود.

شبکه های ژئودزی برمبنای مؤلفه های مختصات نقاط به ۳ دسته ی زیر قابل تقسیم هستند:

- شبکه ژئودزی مسطحاتی — موقعیت مسطحاتی نقاط با استفاده از آنها تعیین می شود، (ϕ, λ)
- شبکه ژئودزی ارتفاعی — موقعیت ارتفاعی نقاط با استفاده از آنها مشخص می گردد (h, H)
- شبکه های ژئودزی سه بعدی — (x, y, z) یا (ϕ, λ, h)

با پیشرفت های اخیر در سیستم های اندازه گیری امکان اندازه گیری سه بعدی فراهم شده است. اما در دوره های قبل، سیستم های اندازه گیری که برای شبکه های ژئودزی مسطحاتی استفاده می شد با سیستم هایی که برای شبکه های

ژئودزی ارتفاعی استفاده می شود، کاملاً متفاوت بود. زیرا در شبکه های مسطحاتی دو نقطه باید کاملاً به هم دید داشته باشند، بنابراین معمولاً روی کوه ها انتخاب می شوند. اما در شبکه های ترازیابی یکی از عوامل مهم خطا، خطای انکسار است که در مناطقی که شیب تند دارند بسیار زیاد است. بنابراین نقاط شبکه های ژئودزی ارتفاعی باید در نقاط هم سطح قرار داشته باشند. بنابراین به دو شرط مختلف در تعیین نقاط می نگریم. هم چنین در تعیین مختصات مسطحاتی لازم نیست بین نقاط حرکت کنیم ولی در ترازیابی در فاصله ای به حدود 30.000 Km باید حرکت کنیم. ترازیابی می تواند پیاده یا سواره صورت گیرد که ترازیابی سواره را زمان بسیار بالاتر از ترازیابی پیاده است.

بنابراین به طور طبیعی نمی توان نقاط ارتفاعی و مسطحاتی را منطبق در نظر گرفت. اما در ماهواره ها هنگامی که می خواهیم مختصات دو نقطه واقع در آنها ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) را به دست بیاوریم، احتیاجی نیست به هم دید داشته باشند. اگر بخواهیم از نقاط با مختصات معلوم استفاده کنیم، لازم است از شبکه های ژئودزی سه بعدی استفاده کنیم.

مشکلی که در این مورد وجود دارد این است که ارتفاع نسبت به سطوح مختلف سنجیده می شود.

مثلاً در ترازیابی ما ارتفاع را نسبت به ژئوئید اندازه می گیریم چون ناصاف سطوح هم پتانسیل را اندازه گیری می کنیم.

اختلاف پتانسیل نقل دو سطح مختلف

$$g \simeq -\frac{\partial W}{\partial H} \Rightarrow \Delta H = -\frac{\Delta W}{g}$$

ΔW → فاصله بین سطوح هم پتانسیل

g → شتاب ثقل

ΔH → ارتفاع ارتومتریک

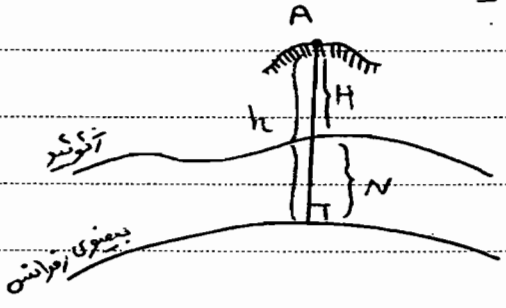
و قتی ارتفاع از این طریق نسبت به ژئوئید اندازه گیری می شود می گوئیم به ارتفاع ارتومتریک رسیده ایم. ارتفاع ارتومتریک ماهیت غیر هندسی دارد.

اما ماهواره ها ارتفاع نقاط را نسبت به بیضوی رفرانس تعیین می کنند.

در شکل زیر h ارتفاع ژئومتریک را نشان می دهد.

h کمیت هندسی و فاقد ماهیت فیزیکی است.

فاصله عمودی بین ژئوئید و بیضوی رفرانس را ارتفاع ژئوئید گویند $\rightarrow h - H = N$



ماهواره ها ماهیت هندسی دارند و به هیچ وجه به فیزیک کاری ندارند. بنابراین h کمیتی کاملاً هندسی است و ربطی به میدان ثقل ندارد.

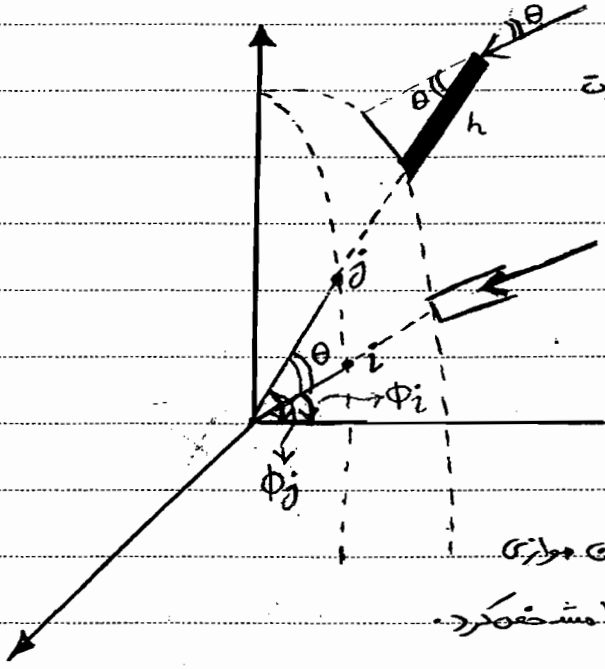
تبدیل ارتفاع ژئومتریک به ارتفاع ارتومتریک مستلزم دانستن N است.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

گفتیم شکل ژئوئید با یک بیضوی نامتناهی بیان می‌شود که ترم‌های مختلف آن دقت‌های متفاوت به مدل دهند. تقریب مرتبه اول بیضوی است.

اولین قدم شکل زمین برمی‌گردد به اراتستنس که به شرح زیر این کار را انجام داد.



دو نقطه را در نظر گرفت که شمال یکسان اما عرض جغرافیایی متفاوت

طرفه. $S_{ij} = R\,\theta_{ij}^{rad}$ ①

$$R = \frac{S}{\theta_{ij}^{rad}}$$

$$\theta_{ij} = \Phi_j - \Phi_i$$

اگر در نقطه‌ای آجا می‌داشتیم باشیم که در مقطعی از روز شعاع خورشید کاملاً بر آن عمود باشد و در نقطه‌ی j بر هی داشته باشیم که ارتفاع مشخصه دارد. چون خورشید در فاصله‌ی دوری از زمین قرار دارد، پرتوهای آن را می‌توان موازی در نظر گرفت و با در نظر گرفتن طول سایه می‌توان زاویه‌ی θ را مشخص کرد.

اراتستنس با این روش $R = 5950\ km$ تقریب زد.

کسانی که توانستند دقت‌های بهتری برای زمین پیدا کنند، متخصصین ژئودزی نامیده می‌شوند.

در ژئودزی نشان داده می‌شود تقریب زدن زمین با بیضوی دو محوری به جای سه محوری میزان تقریب خیلی متفاوت نیست. همین ثابت می‌شود که میزان تقریب مورد استفاده در تقریب زدن ژئوئید با یک بیضوی دو محوری چنان با میزان تقریب زدن ژئوئید با یک بیضوی سه محوری تفاوت ندارد.

بیضوی دو محوری به جای ۳ پارامتر a, b, c، ۲ پارامتر a, b دارد. همین اعتقاد میان و کوچک باهم برابرهستند. همین سطح مقطع‌هایی که شامل این دو قطر هستند دایره می‌باشد. بنابراین هندسی بیضوی دو محوره بسیار ساده‌تر از بیضوی سه محوره است. روابط یک مرتبه ساده‌تر است و میزان تقریب نیز خیلی متفاوت نیست. بنابراین منطقی است به جای بیضوی دو محوره از بیضوی سه محوره استفاده نکنیم.

متخصصین ژئودزی با ایده گرفتن از روش اراتستنس، روشی را پیشنهاد کردند که به وسیله‌ی آن می‌توانستند ابعاد بیضوی دو محوره را محاسبه کنند. با دو پارامتر a, b یا به طور معادل a, f (کشیدگی و فشردگی زمین) چون شعاع کره ثابت است:

$$S_{ij} = \int_{\Phi_i}^{\Phi_j} R\,d\theta = R\int_{\Phi_i}^{\Phi_j} d\theta = R(\Phi_j - \Phi_i)$$

R شعاع انحنای سطحی است که می‌خواهیم زمین را با آن تقریب بزنیم. در واقع شعاع انحنای سطحی است که اراتستنس برای تقریب زدن شکل زمین از آن استفاده کرد.

$ds = R\,d\theta$

P4PCO

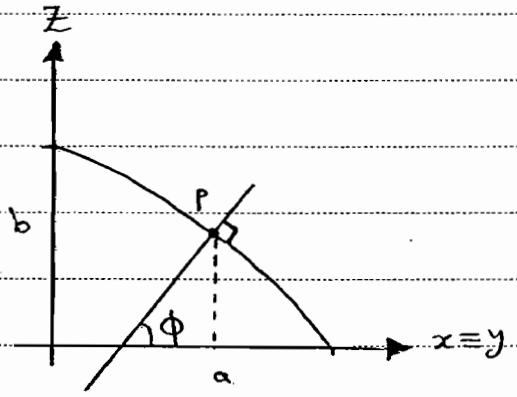
Subject:

Year. Month. Date. ( )

M شعاع انحنای است که از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر تغییر می‌کند.

$ds = M d\phi$ (۲)

این اولین شباهت روشی که فرانسوی‌ها استفاده کردند با روشی که ما با استفاده کردیم.



حال مقطعی از بیضوی را در صفحه‌ی تائم انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{P^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

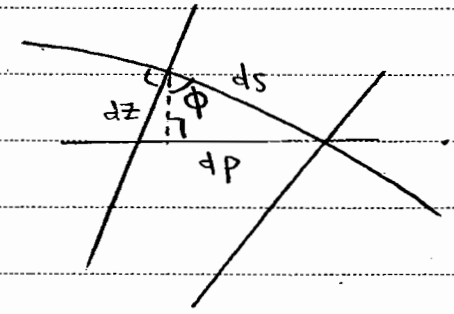
برای اینکه عرض مقاطع P را به دست آوریم از این نقطه، عمودی بر آن رسم می‌کنیم.

با دیفرانسیل گرفتن از طرفین رابطه

$$\frac{2PdP}{a^2} + \frac{2Z\,dZ}{b^2} = 0 \rightarrow \frac{PdP}{a^2} = -\frac{Z\,dZ}{b^2}$$

$$\frac{dP}{dZ} = \frac{-Z}{P}\frac{a^2}{b^2} \quad (3)$$

در همسایگی نقطه‌ی P المان دیفرانسیلی طول را در نظر می‌گیریم مانند ds. در مثلث بسیار کوچک نمایش داده شده در شکل:



$$\tan\phi = -\frac{dP}{dZ} \quad (4)$$

چون dP اختلاف ϕ کوچکتر از بزرگتر است علامت منفی را قرار می‌دهیم.

رابطه‌ی ③ را با ④ ترکیب می‌کنیم.

$$\tan\phi = \frac{Z}{P}\frac{a^2}{b^2} \quad (5)$$

$$③ \rightarrow Z^2 = \left(1 - \frac{P^2}{a^2}\right)b^2$$

$$Z = b\sqrt{1 - \frac{P^2}{a^2}}$$

⑥ را در ⑤ جایگذاری می‌کنیم.

$$\tan\phi = \frac{b}{P}\sqrt{\left(1 - \frac{P^2}{a^2}\right)} \cdot \frac{a^2}{b^2}$$

$$\frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{a^2}{bP}\sqrt{1 - \frac{P^2}{a^2}}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

طرفین رابه توان ۲ می رسانیم وساده می کنیم

$$\rho = \sqrt{\frac{a^2\cos^2\phi}{1-e^2\sin^2\phi}} \qquad e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$$

$$\sin\phi = -\frac{d\rho}{ds} \qquad ds = -\frac{d\rho}{\sin\phi} \quad (8)$$ درضلع دیفرانسیل

روابط 7 و 8 را تلفیق می کنیم تا رابطه‌ای بین را بطه‌ی ۲ پیدا کنیم.

ازترکیب روابط 7 و 8 می توان به رابطه‌ای مشابه با رابطه‌ی ۲ رسید درنتیجه معادله‌ای برای تعیین شعاع اعتنای M به دست آورد.

$$(5)(6) \rightarrow ds = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\phi)^{\frac{3}{2}}}\,d\phi \quad (9)$$

$$s_{ij} = \int_{\phi_i}^{\phi_j} \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\phi)^{\frac{3}{2}}}\,d\phi$$

کافی است بتوانیم انتگرال را محاسبه کنیم.

۲ پارامتر a,e و یا a,b مجهول است. اگر برای دو جفت ϕ_i ، ϕ_j را داشته باشیم و بسط تیلور $\sin^2\phi$ را بنویسیم (چون e عدد کوچکی است در نظر گرفتن ۴ جمله از آن کفایت می کند) با ۲ معادله و ۲ مجهول می توان مجهولات را به دست آورد.

این روش را متخصصین مختلف استفاده کردند و به پارامترهایی برای بیضوی ژئوسنتریک رسیدند که معرف شکل زمین است.

دو طول اندازه گیری شده کجا باشند، بیضوی تقریب مناسبی در آن منطقه - مادی دهد.

بسته به اینکه پارامترها کجا باشند، تقریب بیضوی شکل متفاوتی دارد. از شکل زمین

هرچه پارامترها نزدیکتر باشند، شکل بیضوی نزدیکتر و هرچه دورتر باشد، بیضوی تقریب متوسط به ما می دهد، به شکل زمین در آن منطقه‌ی خاص و تراکم داده‌ها بیشتر باشد

تا سال ۱۹۲۷ پیشنهاد IAG بیضوی Hyford بود. هرچه طول کمان s_{ij} بیشتر باشد ۲ بیضوی های تراز دقیق و دقیق تری محاسبه می شود.

نکته دیگری که در ارتباط با ایجاد بیضوی ژئوسنتریک باید اشاره کرد، مسائلی ژئودزی، مسائلی است که بیان می کند مجموع خواص ژئودزیک از بیضوی رفرانس را مین مربع کند که طوری تعیین می شود که پارامترهای f و a از آن محاسبه شود.

$$\min \sum_i v_i^2 \qquad a,b \text{ یا } a,f$$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$\frac{\min}{a,b} \iint N^2 dN$

روشی کمترین مربعات در تخمین زدن پارامترهای مورد نظر.

دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول

$$v_{ab} + s_{ab} = \int_{\phi_a}^{\phi_b} \frac{a(1-e^2)\,d\phi}{(1-e^2\sin^2\phi)^{3/2}}$$

$$v_{cd} + s_{cd} = \int_{\phi_c}^{\phi_d} \frac{a(1-e^2)\,d\phi}{(1-e^2\sin^2\phi)^{3/2}}$$

تا به حال هیچ تناقضی ندارد چون ۲ معادله و ۲ مجهول داریم. اما اگر یک انتگرال دیگر نیز اضافه شود، دستگاه معادلات ناسازگار شده و هر دو معادله را حل کنیم، به جوابی می‌رسیم که متفاوت است.

$$v_{hk} + s_{hk} = \int_{\phi_h}^{\phi_k} \frac{a(1-e^2)\,d\phi}{(1-e^2\sin^2\phi)^{3/2}}$$

به علت خطاهای اندازه‌گیری این شرط هندسی برقرار نمی‌شود و این دستگاه ناسازگار خواهد بود.

ابتدا باید عامل ناسازگاری را برطرف کنیم یعنی مشاهدات را تصحیح کنیم نسبت به خطاهای اتفاقی و پارامترهای a و b را محاسبه کنیم.

از دستگاه ۳ معادله با ۲ مجهول به دستگاه ۳ معادله با ۵ مجهول رسیدیم.

دستگاه اندر دترمینه که بی‌نهایت جواب دارد. اگر بخواهیم جواب منحصر به فرد پیدا کنیم، چاره‌ای نداریم جز اینکه کمترین مربعات خطاها را پیدا کنیم. (روشی که از مینیمم شدن مجموع مربعات به دست می‌آید)

شرط خاص برای مسائل امثال کنیم.

$$v_{ab}^2 + v_{cd}^2 + v_{hk}^2 = \min$$

vها در واقع تجسم همان ΔNها هستند.

ما برای تعیین فاصله‌ی بین هر دو نقطه از سرعت انتشار امواج الکترومغناطیس استفاده می‌کنیم. تفاوت سیستماتیک کوچک در خطا و ماهواره‌ها (سرعت امواج بزرگ، طول مسیر کوتاه) باعث می‌شود بیضوی خطا ایجاد شود. همان‌طور که تکنولوژی پیشرفت کرد، روش‌ها بر مبنای آنالیز تغییرات حرکت ماهواره‌ها تغییر پیدا کرد، پارامترهای e و a بیضوی دوران محاسبه شد.

اینکه چگونه از آنالیز حرکت ماهواره‌ها پارامترهای a و e را به دست بیاوریم، در درس فیزیکال ژئودزی می‌خوانیم.

از بیضوی نرمال نیز می‌توان برای تعیین شکل زمین استفاده کرد.

می‌توان نشان داد که اگر اندازه‌گیری‌های ثقل با اندازه کافی وجود داشته باشد، در این صورت بزرگی فشردگی بیضوی نرمال را می‌توان به کمک شتاب ثقل نرمال محاسبه کرد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$f = \frac{s}{2}\frac{\omega^2 a}{\gamma_E} \rightarrow \frac{\gamma_p - \gamma_E}{\gamma_E} \rightarrow \tilde{f}$ منتزگی ثقل

γ_E : شتاب ثقل نرمال در استوا

γ_p : شتاب ثقل نرمال در قطب

a/f : ایجاد مفهوم رفرانس نرمال

تکوری های جدید ژئودزی دو سطح هندسی دیگر را هم به عنوان شکل زمین پیشنهاد می کند.

- تلرویید Tellerwid
- شبه ژئوئید Quasigeoid

ژئودزی : روس - مالو وشکن - این دو سطح را تعیین کرد. ما برای تعیین ژئوئید از خرضیاتی استفاده می کنیم. (برای تعیین ژئوئید)

در خیز مکان ژئودزی می فهمیم این فرضیات بستگی به چگونگی تغییرات دانسیته در زمین است. تغییرات دانسیته خیلی پراکنده هاست. این موارد باعث شد روشی پیشنهاد شود که در آن نیازی به دانستن چگونگی دانسیته نیست. البته در عوض شبه ژئوئید متکی بر سطح هم پتانسیل از میدان ثقل زمین خواهد بود.

شبه ژئوئید یک سطح کاملاً ریاضی است و اصلاً فیزیکی نیست.

در مقایسه شبه ژئوئید با ژئوئید، شبه ژئوئید منطبق بر هیچ یک از سطوح هم پتانسیل میدان ثقل زمین نیست

این سطح از این نظر که می توان از آن برای رفرانس استفاده شود، خیلی مصرف می شود اما برای تعیین ارتفاع نقاط که ارتفاع ارتومتریک را می خواهیم مناسب نیست.

ویژگی ریاضی این سطح استفاده از آن را برای تعیین ارتفاع ارتومتریک غیر ممکن می کند.

در مقایسه با ژئوئید سطح رفرانس ارتفاعی مناسب تری به دلیل دقت بالاتر از آن است البته نسبت به ژئوئید سطح ارتفاعی مناسب تری محسوب می شود.

در شبه ژئوئید هیچ احتیاجی نیست تغییرات جانبی دانسیته را در نظر بگیریم. ولی این هم این معنا نیست که سطح رفرانس برای تعیین ارتفاع مناسب نیست.

در ژئوئید مشکل این است که چگونگی توزیع دانسیته را نمی دانیم.

در دریاها شبه ژئوئید منطبق بر ژئوئید است در حالی که در خشکی این دو از هم فاصله دارند. دلیل آن هم این است که در دریاها احتیاجی به دانستن توزیع دانسیته نیست. اما در خشکی ها چون توپوگرافی

مرجع داشت و توزیع جاذبه داریم باعث می شود سطح ژئوئید بر ژئوئید منطبق نباشد.

ارتفاع سطح ژئوئید از بیضوی مرجع را با ζ نمایش می دهند و به آن اغلب ارتفاعی height anomaly می گویند.

تاکنون دیدیم سطحی است که تا حدی آن از بیضوی مرجع برابر با صاف ی سطح زمین از سطح ژئوئید است.

اولاً سطح ژئوئید یکی از سطوح هم پتانسیل زمین است که داشتیم را در نظر می گیرد ولی مشکل آن این است که با آن محاسبه ارتفاع از نوع مترتیک امکان پذیر نیست. کاملاً ریاضی و محاسباتی برای همین با آن راحت تر ارتفاع پذیر است و Datum ارتفاعی مناسبتری است.

فصل هشتم : زمین و تغییر شکل زمان آن

Earth & its deformations in time

در جلسات قبل با موضوع تعیین شکل زمین آشنا شدیم اما در این بررسی فرض کردیم که زمین جسمی صلب است واقعیت این است که حتی اگر زمین را صلب فرض کنیم شکلش نسبت به زمان تغییر می کند؛ به عبارت دیگر مجموعه ای از عوامل مختلف هستند که باعث تغییر شکل در آن می شوند. اگر بخواهیم کمی فلسفی به موضوع نگاه کنیم، باید گفت که در واقع هیچ چیزی در دنیا ثابت نیست و همه چیز دستخوش تغییر و تحول می شود؛ از جمله شکل زمین. می خواهیم آن دسته از عواملی را که سبب تغییر شکل زمین می شوند بشناسیم.

- هدف از این بخش:

شکل زمین حتی در صورت صلب در نظر گرفتن آن نسبت به زمان ثابت نبوده، بلکه دستخوش تغییرات گوناگون است. در این بخش هدف معرفی عوامل تأثیر گذار در تغییر شکل زمین و مطالعه و بررسی هر یک از این عوامل است.

تغییراتی که در شکل زمین به وجود می آورد را می توان به سه دسته کلی تقسیم کرد.

تغییرات شکل زمین:

- تغییرات دائمی یا آن دسته از تغییرات که از پریود بلند مدت برخوردارند. Secular Deformations
- تغییرات ناگهانی یا آن دسته از تغییرات که از شتاب تغییر بزرگی برخوردارند Irregular Deformations
- تغییرات تناوبی یا پریودیک. Periodic Deformations

این تقسیم بندی مشابه تقسیم بندی در مورد بزرگی سرعت دوران زمین می باشد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

عوامل مختلفی می توانند سبب تغییر شکل پوسته ی زمین شوند که به طور کلی به چهار دسته ی زیر تقسیم می شوند:

عوامل که سبب ایجاد تغییر شکل در پوسته زمین می شوند:

۱) جزر و مد
۲) آیزوستازی
۳) عوامل تکتونیکی
۴) مصنوعات ساخت بشر

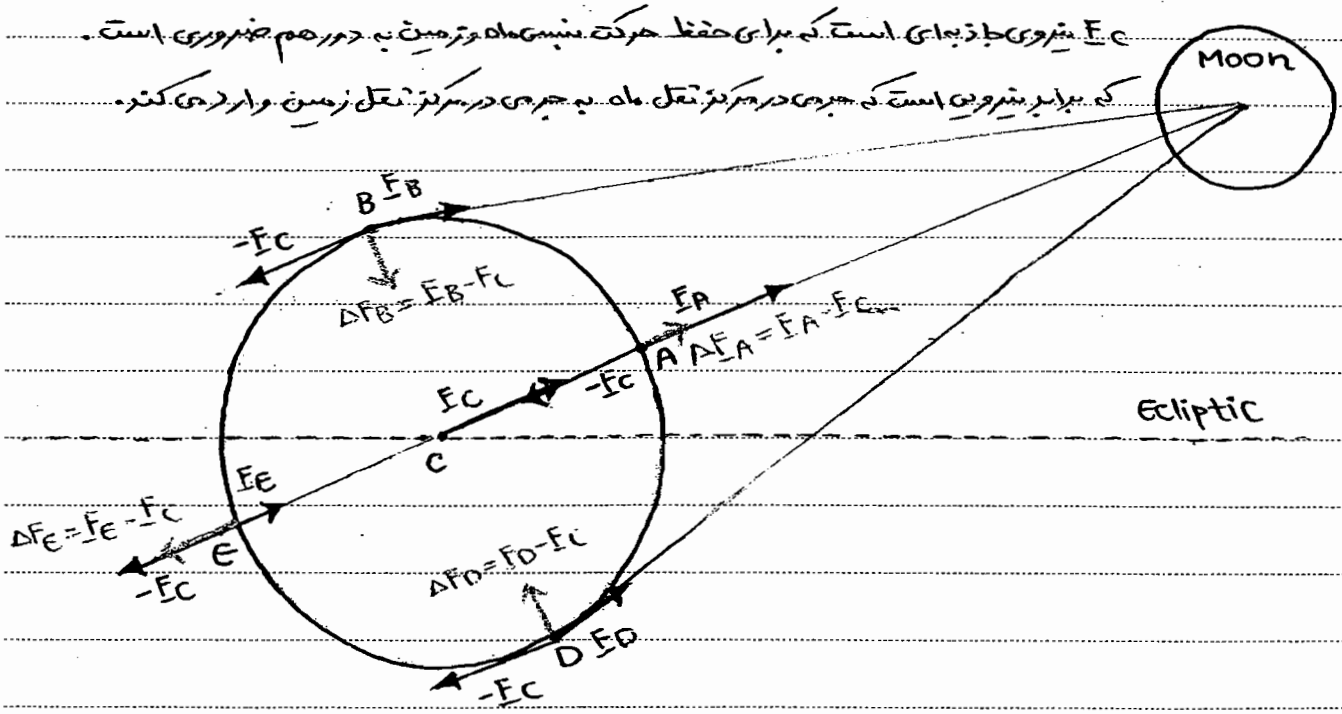
▲ پدیده ی جزر و مد

در مورد اثر نیروی جاذبه ی سماوی به روی زمین مثلاً صحبت کرده ایم. در میان اجرام سماوی ماه به علت نزدیک بودن و خورشید به علت بزرگ بودن ایجاد، نیروی جاذبه ی زیادی را به زمین وارد می کنند. طوری که به علت شدت جاذبه ی خورشید به زمین، زمین به دور خورشید می گردد.

در بررسی این حرکت ما اگر بخواهیم نیروی جاذبه ی ماه را در نظر بگیریم، در حرکت نسبی ماه و زمین نسبت به یکدیگر، نیرویی که باعث حرکت زمین به دور ماه یا ماه به دور زمین می شود، از طریق $\underline{F}_C$ قابل تأمین است.

$\underline{F}_C$ نیروی جاذبه ای است که برای حفظ حرکت نسبی ماه و زمین به دور هم ضروری است.

که برابر نیرویی است که جرمی در مرکز ثقل ماه به جرمی در مرکز ثقل زمین وارد می کند.



نیروئی که به مکانهای مختلف زمین وارد می شود، نسبت به فاصله ی آنها از ماه، اندازه های متفاوتی دارد.

$$\underline{F}_A > \underline{F}_C > \underline{F}_D = \underline{F}_B > \underline{F}_E$$

P4PCG

اختلاف نیروئی که به نقاط مختلف وارد می شود از نیروی وارد بر مرکز ثقل، به نیروی **جزرومد** معروف است.

در استوا دو برآمدگی که به طور مداوم در حال کشیدن زمین به خارج می باشند.

در قطبین دو برآمدگی که به طور مداوم در حال فشار زمین از بالا به پائین می باشند.

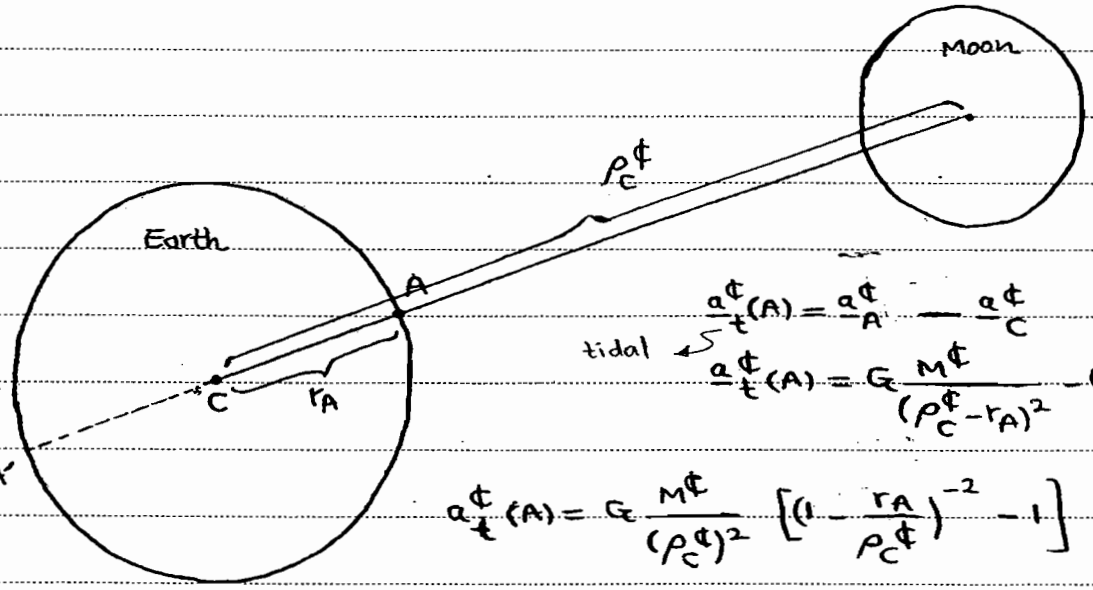
به طور کلی اختلاف بین نیروی جاذبه ی مؤثر بر هر نقطه از سطح زمین و نیروی جاذبه ی مؤثر بر مرکز ثقل آن را اصطلاحاً نیروی جزرومد Tidal Force می گویند.

بررسی لاتر بیع این نیرو نشان می دهد که پوسته ی زمین تحت نیروی جزرومد در استوا به طور مداوم در حال کشیده شدن و در قطبین در حال فشرده شدن است.

همین عامل در طول سالیان دراز سبب شده است زمین از حالت کروی خارج شده و به بیضوی تبدیل شود.

همین عامل سبب می شود سطح هم پتانسیل نیز شکل بیضی به خود بگیرد و همین عامل سبب تغییر شتاب جاذبه زمین در نقاط مختلف می شود.

توجه: از نرم افزار Mastro برای نشان دادن بزرومتاشن از خورشید و $\odot$ برای نشان دادن شتاب جزرومتاشن از ماه استفاده می کنیم. با توجه به تعریف نیروی جزرومد شتاب جزرومد متناظر این نیرو را در نقطه ی خاص A عبارتست از:



$$a_t^{\mathbb{C}}(A) = a_A^{\mathbb{C}} - a_C^{\mathbb{C}}$$

tidal ←

$$a_t^{\mathbb{C}}(A) = G\frac{M^{\mathbb{C}}}{(\rho_C^{\mathbb{C}} - r_A)^2} - G\frac{M^{\mathbb{C}}}{\rho_C^{\mathbb{C}2}}$$

$$a_t^{\mathbb{C}}(A) = G\frac{M^{\mathbb{C}}}{(\rho_C^{\mathbb{C}})^2}\left[\left(1 - \frac{r_A}{\rho_C^{\mathbb{C}}}\right)^{-2} - 1\right] \quad (1)$$

$M^{\mathbb{C}} = 7.38 \times 10^{25}\ g$

$\rho_C^{\mathbb{C}} = 3.84 \times 10^{10}\ cm \Rightarrow a_t^{\mathbb{C}}(A) = 0.111\ mGal$

$r_A = 6.371 \times 10^{8}\ cm$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

اگر به رابطه‌ی (1) توجه کنیم، می‌بینیم که با افزایش تاصله‌ی اجرام سماوی از ماه نسبت $\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}$ کوچکتر شده و به صفر میل می‌کند و کل رابطه نیز با کوچک شدن این نسبت به صفر نزدیک خواهد شد.

پس می‌توان گفت با افزایش تاصله‌ی اجرام سماوی از ماه شتاب جزر و مدی ناشی از آنها کوچکتر می‌شود.

تاصله‌ی ماه و زمین 400000Km و شعاع متوسط زمین حدود 6371 km است، بنابراین طبیعی است که نسبت $\frac{r_A}{\rho_c}$ خیلی کوچک و شتاب جاذبه نیز کوچک باشد.

بزرگترین کل شتاب جاذبه مؤثر بر زمین 3.3 میلی گال است. یعنی شتاب جزر و مدی حدود 3.6% از کل شتاب جاذبه مؤثر بر زمین است.

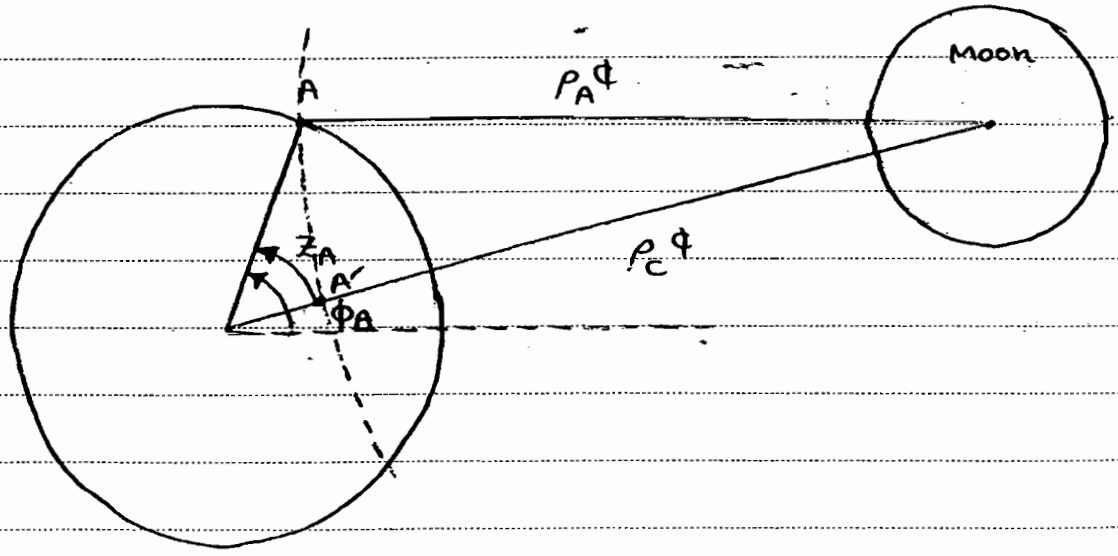
اگر به جای نقطه‌ی A، نقطه‌ی A' را در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$a_t^{\phi}(A') = \frac{GM^{\phi}}{(\rho_c^{\phi} + r_A)^2} - G\frac{M^{\phi}}{(\rho_c^{\phi})^2}$$

اگر این مقدار را به دست بیاوریم، دقیقاً مقداری که در نقطه‌ی A به دست آوردیم یعنی 0.111 میلی گال خواهد شد.

نیروی جاذبه و شتاب جاذبه کمیت‌های برداری غیر دورانی هستند و نیروی جزر و مدی نیز یک میدان نیروی غیر دورانی است پس می‌توان در مورد آنها از پتانسیل استفاده کرد.

پس چون نیروی جزر و مدی یک میدان نیروی غیر دورانی است از پتانسیل جزر و مدی برای بررسی بزرگی و تغییرات آن استفاده می‌کنیم. وقتی بحث پتانسیل باشد می‌توان نقطه‌ی A را در هر مکان دلخواهی در نظر گرفت.



Subject:

Year. Month. Date. ( )

چون شتاب جزر و مد در نقطه‌ی A به صورت تفاضل دو شتاب جاذبه‌ی ماه در نقطه‌ی A و زمین مطرح می‌شود برای پتانسیل نیز دو تابع در نظر می‌گیریم یکی تابع پتانسیل شتاب جاذبه‌ی ماه، به مرکزماه که به صورت شعاعی تغییر می‌کند و دیگری تابع پتانسیل ثابتی که مختص مرکز ثقل زمین است ولی می‌توان مقدارآن را در هرجای کره‌ی زمین با استفاده از رابطه‌ی تیلور $F(x)=F(x_0)+\frac{dF}{dx}\Big|_x (x-x_0)$ استخراج کرد.

$$w_t^{\phi}(A) = w_A^{\phi} - v_A^{\phi}$$

$$w_A^{\phi} = G\frac{M^{\phi}}{\rho_A^{\phi}} = G\frac{M^{\phi}}{\left[(\rho_c^{\phi})^2+(r_A)^2-2r_A\rho_c^{\phi}\cos(z_A^{\phi})\right]^{\frac{1}{2}}}$$

v_A^{ϕ} را نیز می‌توان با استفاده از رابطه‌ی تیلور چنین نوشت:

$$v_A^{\phi} = G\frac{M^{\phi}}{\rho_c^{\phi}} + G\frac{-M^{\phi}}{(\rho_c^{\phi})^2}(-r_A\cos z_A^{\phi}) = G\frac{M^{\phi}}{\rho_c^{\phi}} + G\frac{M^{\phi}}{(\rho_c^{\phi})^2}(r\cos z_A^{\phi})$$

$$w_t^{\phi}(A) = G\frac{M^{\phi}}{\rho_c^{\phi}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}\right)^2-2\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}\cos z_A^{\phi}}} - \left(G\frac{M^{\phi}}{\rho_c^{\phi}} + G\frac{M^{\phi}}{(\rho_c^{\phi})^2}r_A\cos z_A^{\phi}\right)$$

از ریاضیات مهندسی به یاد داریم که توابع لژاندر را می‌توان به صورت یک سری نامتناهی نوشت:

توابع لژاندر $g(x,t)=(1-2xt+t^2)^{\frac{-1}{2}}=\sum_{n=0}^{\infty}P_n(x)\,t^n$

$$P_l(x)=\frac{1}{2^l\,l!}\frac{d^l}{dx^l}(x^2-1)^l$$

در رابطه‌ی بالا در نظر می‌گیریم:

$$\frac{r_A}{r_c}=t \qquad \cos z_A^{\phi}=x$$

پس:

$$G\frac{M^{\phi}}{\rho_c^{\phi}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}\right)^2-2\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}\cos z_A}} = \frac{GM^{\phi}}{\rho_c^{\phi}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}\right)^n P_n(\cos z_A^{\phi})$$

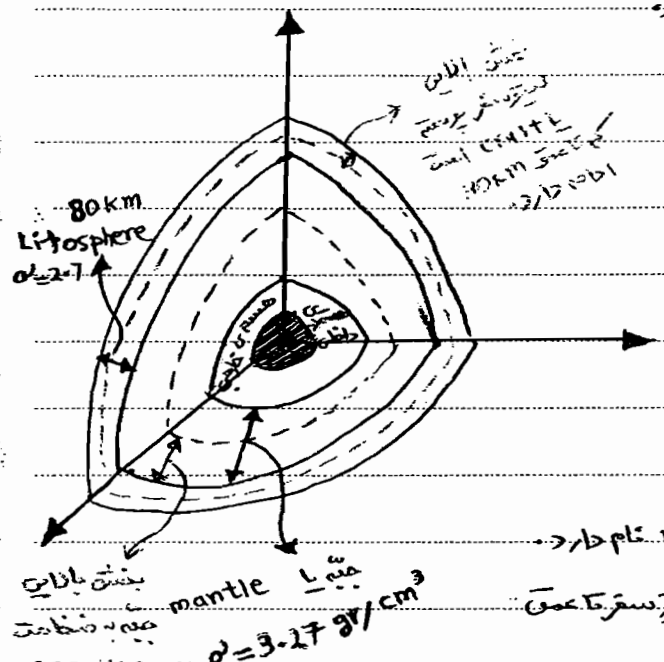
$$G\frac{M^{\phi}}{\rho_c^{\phi}} + G\frac{M^{\phi}}{(\rho_c^{\phi})^2}r_A\cos z_A = \frac{GM^{\phi}}{\rho_c^{\phi}}\sum_{n=0}^{1}\left(\frac{r_A}{\rho_c^{\phi}}\right)^n P_n(\cos z_A^{\phi})$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

بیرونی ترین لایه ی زمین (لیتوسفر) تا عمق 80km ادامه دارد.

از سطح زمین تا عمق 30km از سطح زمین بخش خارجی آن را تشکیل می دهد. این بخش که سخت و شکننده است را پوسته یا crust می نامند. دانسیته ی متوسط لیتوسفر $\rho = 2.67 \frac{gr}{cm^3}$ است. در خشکی ها که تقریباً در اغلب کابل مطالعه ای داریم، ضخامت سطح زمین بیشتر است و در اقیانوس ها ضخامت آن کمتر است. مستمت لیتوسفر زمین از بخش ها یا تکه های مختلف تشکیل می شود.



پس از این لایه مرتبط از هسته ی خارجی زمین، mantle نام دارد.

بخش از این لایه، astenosphere است که پس از لیتوسفر تا عمق 300-400km از سطح زمین ادامه دارد.

تحت تأثیر فشار لایه ی بالایی و گرمای بالا در سطح زمین، این لایه از سختی و شکنندگی لایه ی بالایی برخوردار نیست. نه در سراسر آن یکسان است

بنابراین (لیتوسفر) (مستمت بالایی و پایین mantle) و (مستمت خارجی و داخلی هسته)، هریک دانسیته ی متفاوتی دارند.

شناخت مرز بین لیتوسفر و mantle بحث بسیار مهمی در زلزله زدی است.

- لیتوسفر (بخش بالایی آن را پوسته تشکیل می دهد.)
- mantle (بخش بالایی آن را استنوسفر تشکیل می دهد.)
- * زمین
- هسته ی خارجی
- هسته ی داخلی

یکی از موضوعات مهم در زلزله زدی و ژئوفیزیک شناخت مرز بین دو لایه ی لیتوسفر و استنوسفر است.

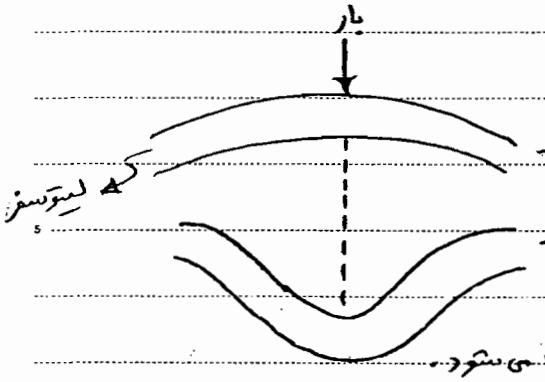
تصور کنیم بار بزرگی روی پوسته ی زمین وارد کنیم. طبیعتاً قسمت تأثیر این بار تغییر شکل روی پوسته ی زمین ایجاد می شود. با فرض تغییر شکل پوسته در لیتوسفر بخشی از زمین که بار روی آن وارد می شود (یا بخش بارد

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

نشست این نقطه تدریجاً گسترش میدهد تا روی نقاط مجاور. چون حجم کره‌ی زمین ثابت است با پایین نقاط کناران بالا



برود.

به طور کلی: تحت تأثیر بار متابل ملاحظه پوسته‌ی زمین در محل اعمال بار، نشست یا Settlement را متحمل می‌شود. به دلیل لزوم ثابت ماندن حجم کل زمین در مناطق مجاور، تدریجاً از میزان نشست کاسته شده و پوسته‌ی زمین دستخوش بالا آمدگی یا uplift می‌شود.

با فرض پوسته پیوسته تغییر شکل در لیتوسفر

«مکانیزم تغییر شکل پوسته‌ی زمین تحت تأثیر بار اعمال شده روی آن»

منبع بارگذاری	بزرگی بار	بزرگی نشست
صفحات یخ تولید شده	2.7×10^{19} kg	حداکثر 500 متر در مرکز مناطق یخبندان
رسوب گذاری در رودخانه‌های بزرگ	2×10^{11} kg (شن و ماسه)	نشست به بزرگی حداکثر 10 cm در اطراف دهانه‌ی رودخانه.
	8×10^{11} kg (در صورت برروزسیل)	
بار جزر و مدی (وزن آب جابجا شده در اثر جزر و مد به سمت ساحل)	5×10^{3} kg (تحت تأثیر موجی که بزرگی آن 15 m است)	باعث ایجاد تغییر شکل ارتفاعی در حد چند میلی متری می‌شود. در مناطق ساحلی جزایر این بزرگی تغییر شکل به 11 mm می‌رسد.
سدها یا مخازن مصنوعی (مخزن دریاچه Karibig)	1.5×10^{14} kg	نشست به بزرگی 13 cm در پوسته و در نتیجه یک مخزن مصنوعی آب می‌شود.

- مدت زمان اثر عوامل بارگذاری روی پوسته‌ی زمین زیاد است.

دو مدل برای توان برای بررسی تغییر شکل زمین پیشنهاد کرد.

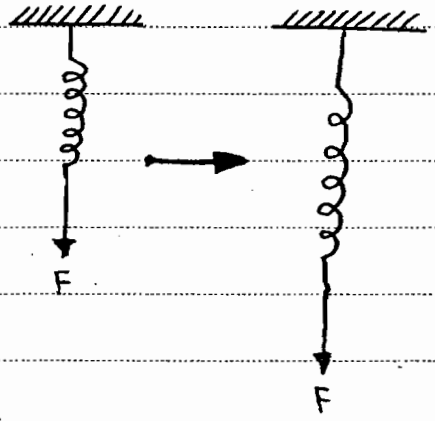
اگر زمین را به صورت مایعی کاملاً همگن فرض کنیم، در این صورت سطح مایع زمین بلافاصله تغییر شکل می‌دهد تا منطبق بر سطوح هم پتانسیل تغییر شکل یافته شود.

اگر زمین را جسمی کاملاً صلب فرض کنیم، در اثر نیروهای وارد بر آن تغییر شکل نمی‌دهد.

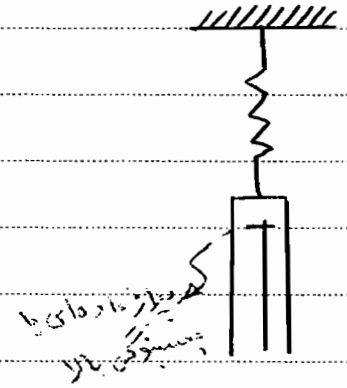
زمین واقعی چیزی بین این دو حالت است.

یک فنر ایده‌آل را در نظر می‌گیریم. اگر بر فنر ایده‌آل نیروی مانند F اعمال می‌کنیم، طول آن زیاد می‌شود.

این تغییر شکل، تغییر شکل الاستیک است. هنگامی که نیرو را برداریم، فنر به حالت اولیه باز می‌گردد.



برای نیرویی که مدت اثر آن طولانی است، می‌توان تغییر شکل پیوسته‌ی زمین را تغییر کرد به یک فنر یا پیستون که داخل پیستون پر از ماده‌ای با چسبندگی بالاست. نیرویی که مدت زمان زیادی اثر می‌کند، ابتدا باعث تغییر شکل فنری می‌شود. وقتی که فنر کاملاً تغییر شکل یافته، نوبت به پیستون می‌رسد. عنبتک مربوط به پیستون تدریجاً باز می‌شود. وقتی که نیرو به تدریج قطع می‌شود ابتدا عنبتک مربوط به فنر سریع‌تر به حالت اولیه باز می‌گردد اما عنبتک مربوط به پیستون، آهسته‌تر به حالت اولیه است می‌رسد.



به این تغییر شکل، تغییر شکل دیسکرالاستیک گفته می‌شود.

حتی اگر مدت زمان اثر نیروهای وارد بر زمین کوتاه باشد، و مدت اثر کند و بعد قطع شود، مدت اثر کند و بعد دوباره قطع شود، مانند نیروهای ناشی از زمین لرزه، تغییر شکل زمین در این شرایط الاستیک است. یعنی به محض اینکه نیرو را برداریم، تغییر شکل به حالت اولیه برمی‌گردد. بخش‌های از این نیروها، نیروی جزر و مد است که به علت موقعیت متناوب ماه و خورشید، این نیرو مرتباً اعمال شده و قطع می‌شود. پس تغییر شکل ناشی از آن الاستیک است. در مقابل، نیروهایی که مدت زمان اثرشان زیاد باشد، مثلاً نیروی وارد بر سد، تغییر شکل آن دیسکرالاستیک است. یعنی که عنبتک الاستیک داریم که پس از برداشتن نیرو سریعاً به حالت اولیه برمی‌گردد و یک عنبتک دیسکرالاستیک داریم که سریعاً به حالت اولیه بازنمی‌گردد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

- موضوع بررسی چگونگی تغییر شکل پوسته‌ی زمین تحت تأثیر نیروهای مؤثر بر آن را اصطلاحاً رئولوژی Rheology می‌گویند.

وقتی ساختار زمین را بررسی می‌کردیم گفتیم لیتوسفر از قطعات رگه‌های مختلف تشکیل شده است ولی ذکر نشد که چگونه به این نتیجه رسیدیم که پوسته متشکل از بخش‌های جزا از هم است. اولین بار زمین شناس آلمانی به نام Alfred wegner وقتی نقشه‌های قاره‌های مختلف را کنار هم گذاشت به این نتیجه رسید که احتمالاً قاره‌های مختلف مانند پازل‌هایی می‌مانند که می‌توان آنها را کنار هم گذاشت. مثلاً آفریقا را می‌توان کنار آمریکای جنوبی گذاشت. گویا قاره‌ها متشکل از یک قاره پیوسته و یکپارچه بوده‌اند. wegner که عامل تحت تأثیر عاملی به نام نیروی گریز از مرکز چه عاملی است، این قاره‌ها از هم جدا شده‌اند و آن وضعیت یکپارچه تبدیل به وضع کنونی قاره‌ها شده. این قاره را پانگه آ نام نهاد. برای اینکه بتواند نظریه‌ی خودش را که به نظریه‌ی اجتماع قاره‌ها شهرت یافته ثابت کند، تقسیم گرفت تا شواهدی پیدا کند. قاره‌های مختلف سفر کرده، سنگ‌ها را در سواحل مختلف پیدا کرده و آنها را تحلیل کرده و دید برخی از سنگ‌ها از نظر زمان و نشأ گرچه در سواحل گرناگونی قرار دارند، اما با هم شباهت‌های قابل ملاحظه‌ای دارند. این نظریه‌ی اجتماع قاره‌ها را تأیید می‌کرد اما چون wegner نتوانست توضیحی برای چگونگی قاره‌ی یکپارچه پانگه آ پیدا کند، در عصر و زمان خودش مورد قبول متخصصین واقع نشد. تا این که بعدها نظریه‌ی جدیدی به نام نظریه‌ی تکتونیک صفحه‌ای Plate tectonic شکل گرفت که اساس آن همان نظریه‌ی اجتماع قاره‌های ویگنر بود. در این نظریه عامل تکه شدن قاره‌ی واحد پانگه آ به وضعیت فعلی و حرکت قاره‌های مختلف نسبت به یکدیگر توضیح داده شد. پایه‌ی اساسی نظریه‌ی تکتونیک صفحه‌ای متکی بر این فکر است که لیتوسفر متشکل است از تکه‌ها و قطعات مختلف که بر روی بخش درونی‌تر زمین یعنی mantle در حال حرکت‌اند. قسمت‌هایی از لیتوسفر در خشکی‌ها قاره‌ی گسترند صفحات تکتونیک قاره‌ای (در خشکی‌ها) گفته می‌شود. قسمت‌هایی از لیتوسفر در دریاها قرار گیرند و صفحات تشکیل می‌دهند که به آنها صفحات اقیانوسی گفته می‌شود. از آنجا که ضخامت لیتوسفر در دریاها کمتر از خشکی‌هاست استکام صفحات اقیانوسی در مقایسه با صفحات قاره‌ای کمتر است. این صفحات ظریفتر از صفحات قاره‌ای هستند. در نظریه‌ی Plate tectonic حرکت این صفحات نسبت به یکدیگر این طور توضیح داده می‌شود که بر اثر حرارتی که در داخل mantle صورت می‌گیرد، قسمت پایینی mantle به دلیل نزدیک بودن به هسته‌ی خارجی و داخلی زمین از حرارت بالایی برخوردار است، قسمت بالایی (بخش astenosphere) به دلیل دوری از هسته خارجی و داخلی زمین از دمای کمتری برخوردار است. برای اینکه این دما به تعادل برسد، تبادل حرارتی صورت می‌گیرد. در mantle اتفاق می‌افتد بخش گرم بالا

Subject:

Year. Month. Date. ( )

آمده و بخش سرد پایین می آید. حرکت اجزای درونی mantle به این شکل باعث می شود که تنش های مماسی مختلفی به لیتوسفر اعمال شود. این تنش های مماسی همان عامل ایجاد حرکت در صفحات مختلف زمین می باشند. این صفحات نسبت به هم حرکت می کنند. طبیعتاً ممکن است با یکدیگر برخورد کنند یا در مرز و مجاورت آنها انواع مختلف از حرکت وجود داشته باشد. بنابراین مرز بین صفحات تکتونیکی قابل طبقه بندی کردن است.

مرز بین صفحات تکتونیکی ←
- مرزهای همگرا یا Convergent
- مرزهای واگرا یا Divergent
- مرزهای لغزنده یا Lateral Slip

وقتی دو صفحه ی تکتونیکی در کنار هم حرکات مماسی دارند، (سر به سر برخورد می کنند) این نوع مرزها را اصطلاحاً لغزنده می گوییم. در مرزهای لغزنده حالت های مختلف از هم قابل تفکیک است.

strik slip

- این لغزش می تواند کاملاً مسطح باشد و حرکات ارتفاعی نداشته باشد. در این صورت به آن راستا لغز می گوییم.
- این لغزش می تواند در راستای ارتفاعی باشد، یعنی یک صفحه ثابت بوده و صفحه ی دیگر نسبت به آن بالا یا پایین برود. در این صورت به آن عمق لغز یا deep slip گفته می شود.

همچنین این دو نوع لغزش نیز به انواع متفاوتی تقسیم می شوند.

مثلاً تصور کنید به عنوان یک ناظر روی یکی از صفحات تکتونیکی قرار گرفته ایم و مرز دیگر را نگاه می کنیم. اگر صفحه به سمت راست حرکت کند، به آن راستگرد و اگر به سمت چپ حرکت کند به آن چپ گرد می گوییم.

اگر به عنوان ناظر در یکی از صفحات deep slip قرار داشته باشیم، چنانچه صفحه ی دیگر بالا برود به آن صفحه ی نرمال و اگر پایین بیاید به آن معکوس می گوییم.

مرزهای کاملاً راستا لغز یا کاملاً عمق لغز وجود ندارد. حرکات تکتونیکی در مرزها ترکیبی از حرکات راستا لغز و عمق لغز است. نوع دیگر از این مرزها، مرزهای همگرا است. اگر دو صفحه به هم برخورد دارند (هردو قاره ای و یا اقیانوسی یکسان) هردو دارای استکام مشابهی باشند، بالا می روند. نمونه ای از این نوع رشته کوه زاگرس است. این نوع مرز عامل ایجاد رشته کوه ها است. رشته کوه زاگرس در اثر برخورد صفحات آفریقا و اوراسیا به وجود آمده است.

اما وقتی یکی از صفحات ضخیم تر باشد صفحه ی ضخیم تر زیر صفحه ی بزرگتر فرو رفته و می شکند و همین طور که می شکند زلزله های بزرگی در این مناطق رخ می دهد. این زلزله ها منابع اطلاعاتی خیلی

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

با لرزشی هستند که در مرز بین لیتوسفر و mantle اتفاق می افتد. به همین دلیل است که ما می خواهیم مرز بین لیتوسفر و mantle را شناسایی کنیم و ببینیم که کجا این اتفاق رخ می دهد که صفحات اقیانوسی شکسته می شوند و در زیر صفحات قاره ای فرو می روند.

در مرز صفحات قاره ای و اقیانوسی قاره های بزرگ به وجود می آیند. به آنها کوه های گودال های اقیانوسی می گویند.

فضای خالی که در اثر فرورفتن صفحات اقیانوسی روی صفحات قاره ای به وجود می آید همان گودال های اقیانوسی هستند.

جبران این وضعیت در مرزهای واگرا اتفاق می افتد. ضخامت لیتوسفر در اقیانوس کم است و ضعیف است، چون ضخامت آن کم است خیلی راحت شکسته می شود. چون این ضخامت کم شده و تحت فشار قرار می گیرد شکسته می شود، مواد مذاب درون mantle بیرون می ریزد. صفحات تکتونیکی که در این حد هستند به سمت خارج حرکت می کنند و آن مقداری از پوسته که در تمام مرزهای همگرا مصرف شده در مرزهای واگرا تولید شود و حجم کلی زمین ثابت بماند.

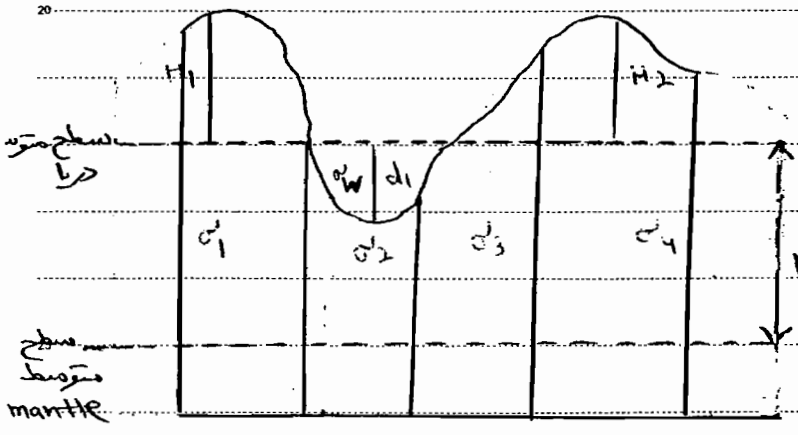
* آیزوستازی

از آن جا که حجم زمین همیشه ثابت می ماند، می بایست نیروهایی که از روی پوسته ی زمین و از درون پوسته ی زمین به آن وارد می شوند بتوانند یکدیگر را خنثی کنند. یعنی زمین در وضعیت تعادل ایستایی قرار داشته باشد تعادل پوسته ی زمین را اصطلاحاً اصل آیزوستازی می گویند.

آیزوستازی چیزی جز خنثی شدن اثر نیروهای درون زمین با نیروهایی که از خارج بر زمین وارد می شوند، نیست.

اگر این اصل را بپذیریم می توانیم برای رسیدن به مرز لیتوسفر و mantle نظریه های مختلفی ارائه داد.

دو نمونه از این نظریه ها، نظریه های PRATT و AIRY هستند.



نظریه ی PRATT

ρ_0 دانسیته متوسط mantle

اگر مرز بین لیتوسفر و mantle را سطح "d" همان فرض کنیم.

فرضیات: مرز بین لیتوسفر و mantle سطحی صاف است.

علاوه بر این لیتوسفر قابل تغییر است به سیالاتی با دانسیته متفاوت ولی ضخامت یکسان.

مقدار فشاری که یک لیتوسفری اول به مرز بین لیتوسفر و فنل وارد می کند برابر با سایر فشارهاست.

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{ضخامت یکسان} \Rightarrow A_1 = A_2 \Rightarrow F_1 = F_2$$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \rho_1 g (D + H_1) = \rho_2 g (D - d_1) + \rho_w g d_1$$

$$\rho_1 (D + H_1) = \rho_2 (D - d_1) + \rho_w d_1$$

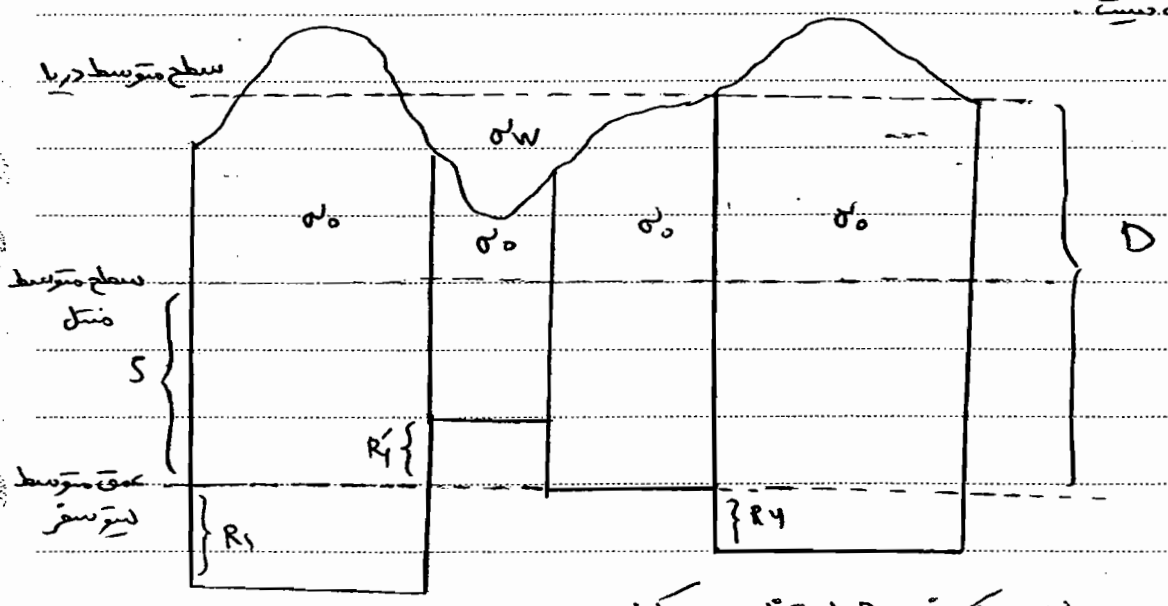
برای بلوکی که ارتفاعش D است، نیز همین فشار اعمال می شود.

$$\rho_1 (D + H_1) = \rho_0 D$$

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{D}{D + H_1} \Rightarrow D = \rho_1 \frac{H_1}{\rho_1 - \rho_0}$$

نظریه ی آیری AIRY

در این نظریه ضخامت ها را یکسان در نظر نمی گیریم، بلکه دانسیته ها یکسان است. مرز بین لیتوسفر mantle نیز صاف نیست.



از تمرین ارشمیدس برای پیدا کردن R_1 استفاده می کنیم.

$$\rho_0 g (S + R_1) = \rho_m g S \Rightarrow R_1 = \frac{\rho_m - \rho_0}{\rho_0} S$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

می توان قانون ارشمیدس را به همین ترتیب برای بلوکهای دیگر نوشت و عمق بلوک های دیگر (مرز بین نیروسفر و مشک) را در بلوک های دیگر محاسبه کرد.

نظریه های آبری و بلات جزو اولین نظریه هایی بودند که خواستند مرز بین نیروسفر و مشک را تعیین کنند. هیچ کدام از دو نظریه موفق نشدند زمین را طوری توجیه کنند که با واقعیت مطابق باشد.

Subject:

Year Month Date ( )